



کدام گزینه نادرست است؟ ۱

(۱) اگر  $A \subseteq B$  و  $B$  مجموعه‌ای متناهی باشد، آن‌گاه  $A$  نیز متناهی است.

(۲) مجموعه مضرب‌های طبیعی عدد ۱۰۰ یک مجموعه نامتناهی است.

(۳) اگر  $A \subseteq B$  و  $A$  مجموعه‌ای متناهی باشد، آن‌گاه  $B$  نیز متناهی است.(۴) حاصل  $\left(1, \frac{1}{2}\right) \cap \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{3}\right)$  تهی است.

در یک کلاس ۳۰ نفری، ۱۵ نفر به فوتبال و ۱۲ نفر به والیال و ۵ نفر فقط به فوتبال علاقه‌مندند، چند نفر به هیچ‌کدام ۲

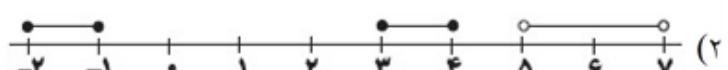
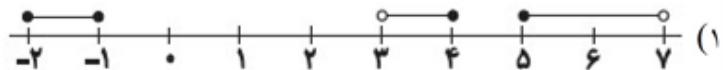
از رشته‌های فوتبال و والیال علاقه‌مند نیستند؟

۱۵ (۴)

۱۴ (۳)

۱۳ (۲)

۱۲ (۱)

نمایش هندسی مجموعه  $([-2, -1] \cup [3, 5]) - ([3, 7] \cup [4, 5])$  روی محور کدام است؟ ۳اگر  $\cos\theta = \frac{1}{3}$  و انتهای کمان  $0$  در ناحیه چهارم باشد،  $\tan\theta$  کدام است؟ ۴ $-\sqrt{2}$  (۴) $\sqrt{2}$  (۳) $-\frac{\sqrt{2}}{4}$  (۲) $\frac{\sqrt{2}}{4}$  (۱)خط  $2x - 3y - 3\sqrt{3} = 0$  با جهت مثبت محور  $X$  ها زایه  $30^\circ$  می‌سازد.  $a$  کدام است؟ ۵ $2\sqrt{3}$  (۴)

۱۲ (۳)

۹ (۲)

۶ (۱)

حاصل  $\left(\frac{1}{\cos\theta} - 1\right)\left(\frac{1}{\cos\theta} + 1\right)$  برابر کدام است؟ ۶ $\frac{1}{\cos^2\theta}$  (۴) $\frac{1}{\sin^2\theta}$  (۳) $\cot^2\theta$  (۲) $\tan^2\theta$  (۱)

۷

حاصل عبارت  $(\sqrt{2} + \sqrt{3})^2 - \sqrt{24}$  کدام گزینه زیر است؟

$$5 - 4\sqrt{6} \quad (4)$$

$$-4\sqrt{6} \quad (3)$$

$$2\sqrt{6} \quad (2)$$

$$5 \quad (1)$$

۸

اگر  $1 < a < 4$  باشد، کدام عدد از سایرین بزرگتر است؟

$$\sqrt{a} \quad (4)$$

$$a\sqrt{a} \quad (3)$$

$$a^2 \quad (2)$$

$$a \quad (1)$$

۹

در یک دنباله هندسی  $a_1 = 1$  و  $a_5 = 16$  می‌باشد. مجموع جملات هفتم و نهم کدام است؟

$$\frac{3}{4} \quad (4)$$

$$\frac{1}{2} \quad (3)$$

$$1 \quad (2)$$

$$\frac{5}{4} \quad (1)$$

۱۰

در تجزیه عبارت  $a^3 - 3a^2 + 2$  کدام عامل وجود دارد؟

$$a + 2 \quad (4)$$

$$a - 2 \quad (3)$$

$$a + 1 \quad (2)$$

$$a \quad (1)$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. برای مثال:

$$B = \set{W}$$

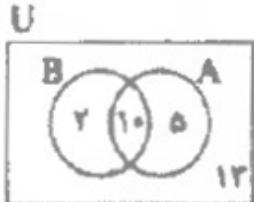
$A = \{1, 2, 3\} \Rightarrow A \subseteq B \Rightarrow B$  نامتناهی و  $A$  متناهی است

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. اگر فوتبالی‌ها را مجموعه  $A$  و الیالی‌ها را  $B$  در نظر بگیریم، آن‌گاه:

$$n(A \cap B) = n(A) - n(A - B) = 15 - 5 = 10$$

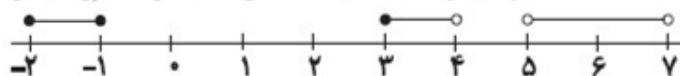
$$n(B - A) = 12 - 10 = 2$$

$$n(A \cup B)' = n(U) - n(A \cup B) = 30 - 17 = 13$$



گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$[-2, -1] \cup [3, 5] - [4, 5] = [-2, -1] \cup [3, 4] \cup (5, 7)$$



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. می‌دانیم  $\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$ ، داریم:

$$\left(\frac{1}{3}\right)^2 + \sin^2 \theta = 1 \Rightarrow \frac{1}{9} + \sin^2 \theta = 1 \Rightarrow \sin^2 \theta = \frac{8}{9} \Rightarrow \sin \theta = \pm \frac{\sqrt{8}}{3} = \pm \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

چون انتهای کمان  $\theta$  در ناحیه چهارم قرار دارد، پس  $\sin \theta < 0$  می‌باشد، لذا  $\sin \theta = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$  قابل قبول است.

داریم:

$$\tan \theta = \frac{-\frac{2\sqrt{2}}{3}}{\frac{1}{3}} = -2\sqrt{2}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. می‌دانیم اگر خط با جهت مثبت محور  $x$ ها زاویه  $\alpha$  بسازد، شیب خط برابر  $m = \tan \alpha$  می‌شود. داریم:

$$(a - 3)y - 3\sqrt{3}x = 2 \Rightarrow (a - 3)y = 3\sqrt{3}x + 2 \Rightarrow y = \frac{3\sqrt{3}x}{a - 3} + \frac{2}{a - 3} \Rightarrow m = \frac{3\sqrt{3}}{a - 3}$$

از طرفی می‌دانیم  $\tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$  بنابراین داریم:

$$\frac{3\sqrt{3}}{a - 3} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow a - 3 = 9 \Rightarrow a = 12$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\left(\frac{1}{\cos \theta} - 1\right)\left(\frac{1}{\cos \theta} + 1\right) = \left(\frac{1}{\cos \theta}\right)^2 - 1 = \frac{1}{\cos^2 \theta} - 1 = \frac{1 - \cos^2 \theta}{\cos^2 \theta} = \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} = \tan^2 \theta$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با استفاده از اتحاد مربع دوجمله‌ای داریم:

$$(\sqrt{2} + \sqrt{3})^2 - \sqrt{24} = 2 + 2\sqrt{6} + 3 - 2\sqrt{6} = 5$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

روش اول: می‌دانیم اگر  $a > 0$  باشد، هرچه قدر به توان بزرگتری برسد، مقدارش کوچک‌تر خواهد شد. پس از

$$\sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}} \text{ و } a\sqrt{a} = a^{\frac{3}{2}} \text{ است، داریم:}$$

$$\frac{\frac{1}{2} < 1 < \frac{3}{2} < 2}{0 < a < 1} \rightarrow a^{\frac{1}{2}} < a^{\frac{3}{2}} < a < a^1 \Rightarrow a^{\frac{1}{2}} < a\sqrt{a} < a < \sqrt{a}$$

روش دوم: با جایگذاری  $a = \frac{1}{4}$  در گزینه‌ها داریم:

$$\text{گزینه ۱: } a = \frac{1}{4}$$

$$\text{گزینه ۲: } a^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$$

$$\text{گزینه ۳: } a\sqrt{a} = \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

$$\text{گزینه ۴: } \sqrt{a} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$$

بزرگ‌ترین مقدار می‌باشد.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۹

$$t_0 = t_r r \Rightarrow r^2 = \frac{t_0}{t_r} = \frac{1}{r} \Rightarrow r = \pm \frac{1}{\sqrt{r}}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} t_v = t_0 r \Rightarrow t_v = 1 \times \left( \pm \frac{1}{\sqrt{r}} \right)^2 = \frac{1}{r} \\ t_q = t_0 r \Rightarrow t_q = 1 \times \left( \pm \frac{1}{\sqrt{r}} \right)^2 = \frac{1}{r} \end{array} \right. \Rightarrow t_v + t_q = \frac{1}{r} + \frac{1}{r} = \frac{2}{r}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۱۰

$$\begin{aligned} a^2 - ra + r &= a^2 - a - ra + r = a(a - 1)(a + 1) - r(a - 1) \\ &= (a - 1)(a^2 + a - r) = (a - 1)(a - 1)(a + r) = (a - 1)^2(a + r) \end{aligned}$$

# پاسخنامه کلیدی

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴