

نام و نام خانوادگی :

پایه تحصیلی :

نام دبیر :

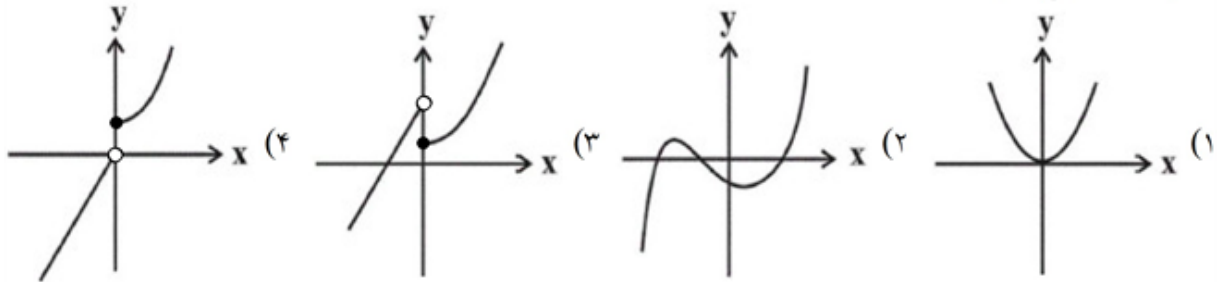
عنوان آزمون : یازدهم تجربی

زمان آزمون :

تاریخ برگزاری ۱۳۹۹/۱۰/۲۰



۱ کدام یک از توابع زیر یک به یک است؟



۲ اگر x و y دو عدد حقیقی باشند، آن‌گاه با توجه به تعریف جزء صحیح کدام گزینه همواره صحیح است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

- (۱) $[x + y] = [x] + [y]$ (۲) $[xy] = [x][y]$
 (۳) $[x - y] = [x] - [y]$ (۴) $[x + 1] = [x] + 1$

۳ نقطه‌ی $O(1, -3)$ مرکز مربعی است که یک ضلع آن منطبق بر خط $2x - y = 0$ می‌باشد. مساحت این مربع کدام است؟

- (۱) ۲۰ (۲) ۱۰ (۳) ۱۰۰ (۴) ۴۰

۴ پاره‌خط AB به طول ۷ سانتی‌متر مفروض است. چند نقطه در صفحه مختصات وجود دارد به طوری که از A به فاصله ۲ سانتی‌متر و از B به فاصله ۳ سانتی‌متر باشد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۴

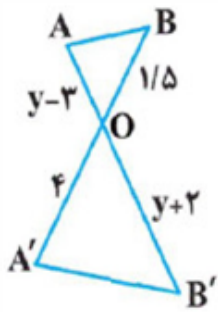
۵ اگر $f(x) = x^2 - 2x - 8$ باشد، دامنه تابع $g(x) = \sqrt{\frac{(x+5)f(x)}{1-x}}$ کدام است؟

- (۱) $(-5, -2) \cup (-2, 1)$ (۲) $(-5, -2) \cup (1, 4)$ (۳) $(-5, -2) \cup (1, 2)$ (۴) $(-2, 1) \cup (5, +\infty)$

۶ معادله $1 = -\frac{x-1}{x} - \frac{x}{x+1}$ چند جواب حقیقی دارد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بی‌شمار

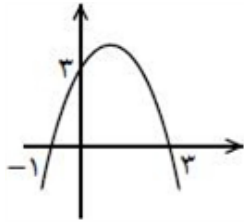




۷ در شکل مقابل دو مثلث متشابه‌اند. نسبت مساحت مثلث AOB به مساحت مثلث A'OB' کدام است؟ (AB و A'B' موازی نیستند.)

۴ (۲) $\frac{1}{4}$ (۱)

$\frac{1}{16}$ (۴) ۱۶ (۳)



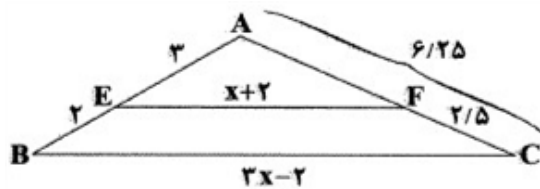
۸ نمودار سهمی f به صورت مقابل است. f(۲) کدام است؟

۲ (۲) $\frac{8}{3}$ (۱)

$\frac{7}{3}$ (۴) ۳ (۳)

۹ اگر α و β ریشه‌های معادله‌ی $x^2 - x = 3$ باشند، حاصل $(\alpha - \beta)^2$ چه قدر است؟

۱۳ (۴) ۱۲ (۳) ۱۰ (۲) ۱۱ (۱)



۱۰ با توجه به شکل زیر، مقدار x کدام است؟

۱ (۱)

۱۲ (۲)

۴ (۳)

۶ (۴)



پاسخنامه تشریحی

۱ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. تابعی یک به یک است که هر خط افقی (موازی محور X ها) نمودار تابع را حداکثر در یک نقطه قطع کند. بنابراین نمودار گزینه ی ۴ مربوط به یک تابع یک به یک است.

۲ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. اگر $x = y = 1/5$ باشد، گزینه های «۱» و «۲» رد می شوند. همچنین اگر $y = 1/5$ و $x = 2$ باشد، گزینه «۳» نیز رد می شود.

از طرفی می توان اثبات نمود که به ازای هر عدد صحیح a داریم:

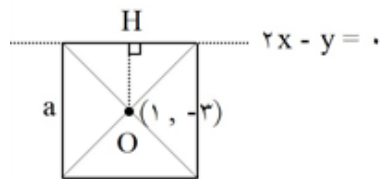
$$[x + a] = [x] + a$$

فرض کنید $[x] = n$. در این صورت:

$$n \leq x < n + 1 \Rightarrow (n + a) \leq x + a < (n + a) + 1$$

$$\Rightarrow [x + a] = n + a \Rightarrow [x + a] = [x] + a$$

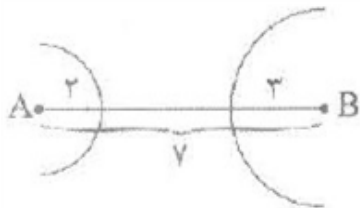
۳ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.



$$OH = \frac{|2(1) - (-3) - 0|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \frac{|2 + 3 - 0|}{\sqrt{4 + 1}} = \frac{5}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$$

$$\text{ضلع مربع} = a = 2OH = 2\sqrt{5}$$

$$\text{مساحت مربع} = a^2 = 4 \times 5 = 20$$



۴ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. می دانیم که مجموعه نقاطی که از نقطه دلخواه A به فاصله r باشد، دایره ای به مرکز A و شعاع r است، لذا داریم: با توجه به شکل، دو کمان نقطه تلاقی نداشته و در نتیجه نقطه ای با این ویژگی وجود ندارد.

۵ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در تابع $g(x)$ باید زیر رادیکال بزرگتر و یا مساوی صفر باشد، پس:

$$\frac{(x+5)f(x)}{1-x} \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} \frac{x+5}{1-x} \geq 0 \Rightarrow -5 < x < 1 & \xrightarrow{f(x) \geq 0} R(-2, 4) \rightarrow -5 < x < -2 \\ \frac{x+5}{1-x} < 0 \Rightarrow x < -5 \text{ یا } x > 1 & \xrightarrow{f(x) < 0} -2 < x < 4 \rightarrow 1 < x < 4 \end{cases}$$

بنابراین دامنه تابع $g(x)$ به صورت $[-5, -2] \cup (1, 4]$ است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۶

$$\frac{x}{x+1} - \frac{x-1}{x} = -1 \Rightarrow x(x+1) \left(\frac{x}{x+1} - \frac{x-1}{x} \right) = x(x+1)(-1)$$

$$\Rightarrow x^2 - (x^2 - 1) = -x^2 - x \Rightarrow x^2 + x + 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \\ c = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = 1 - 4 = -3 < 0$$

یعنی معادله درجه دومی که بدست آوریم فاقد ریشه است، بنابراین معادله داده شده ریشه حقیقی ندارد.
* توجه کنید که ابتدا طرفین معادله را در ک.م.م.م.م ضرب کرده سپس معادله درجه دوم بدست آمده را حل کردیم.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به متشابه بودن هر دو مثلث داریم: ۷

$$\frac{OA}{OB} = \frac{OA'}{OB'} \Rightarrow \frac{y-3}{1/5} = \frac{4}{y+2} \Rightarrow y^2 - y - 6 = 6 \Rightarrow y^2 - y - 12 = 0 \Rightarrow (y-4)(y+3) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y-3 > 0 \text{ غیر قابل قبول چون طول ضلع منفی می شود.} \\ y = 4 \end{cases}$$

نسبت مساحت مثلث کوچکتر به بزرگتر برابر مجذور نسبت اضلاع متناظر آنهاست:

$$\frac{S_{\triangle AOB}}{S_{\triangle A'OB'}} = \left(\frac{OA}{OA'} \right)^2 = \left(\frac{1}{4} \right)^2 = \frac{1}{16}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ۸

$$f(x) = a(x+1)(x-3)$$

$$f(0) = 3 \Rightarrow 3 = -3a \Rightarrow a = -1$$

$$f(x) = -(x+1)(x-3) \Rightarrow f(2) = 3$$

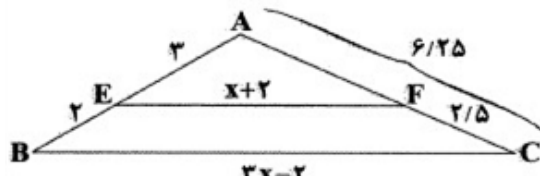
گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ابتدا $\alpha + \beta$ و $\alpha\beta$ را حساب می‌کنیم: ۹

$$x^2 - x - 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \alpha + \beta = \frac{-b}{a} = 1 \\ \alpha\beta = \frac{c}{a} = -3 \end{cases}$$

$$(\alpha - \beta)^2 = \alpha^2 + \beta^2 - 2\alpha\beta = \alpha^2 + \beta^2 + 2\alpha\beta - 4\alpha\beta = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta$$

$$= (1)^2 - 4(-3) = 1 + 12 = 13$$





$$AF = AC - FC = 6/25 - 2/5 = 3/25$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{AE}{AB} = \frac{3}{3+2} = \frac{3}{5} \\ \frac{AF}{AC} = \frac{3/25}{6/25} = \frac{1}{2} = \frac{15}{30} = \frac{3}{6} \end{array} \right.$$

بنابراین $\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC}$ و در نتیجه بنا به عکس قضیه‌ی تالس $EF \parallel BC$ است و در نتیجه طبق تعمیم قضیه‌ی تالس داریم:

$$\frac{EF}{BC} = \frac{AE}{AB} = \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{x+2}{3x-2} = \frac{3}{5} \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} 5(x+2) = 3(3x-2) \Rightarrow 5x+10 = 9x-6$$

$$\Rightarrow 9x - 5x = 10 + 6 \Rightarrow 4x = 16 \Rightarrow x = \frac{16}{4} = 4$$



پاسخنامه کلیدی

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴