

فصل چهارم هندسه ۲

خط و صفحه در فضا

۱	دی ماه ۹۲	نمره ۱	درستی یا نادرستی جملات زیر را تعیین کنید. الف) دو خط در فضا که یکدیگر را قطع نکنند لزوماً موازی هستند. ب) اگر خطی بر صفحه ای عمود باشد، بر هر خط از آن صفحه نیز عمود است. پ) اگر خطی بر یکی از دو صفحه موازی عمود باشد، بر دیگری هم عمود است. ت) از هر نقطه خارج یک خط در فضا، یک و تنها یک خط به موازات آن خط می گذرد.
۲	دی ماه ۹۳	نمره ۱	عبارات زیر را با کلمات مناسب پر کنید: الف) اگر ..... نقطه ی متمایز از خطی، در یک صفحه باشند، آن خط به تمامی در آن صفحه قرار می گیرد. ب) دو خط در فضا را که در یک صفحه قرار نمی گیرند، دو خط ..... می گویند. پ) اگر صفحه ای دو صفحه موازی را قطع کند، آنگاه فصل مشترکها با هم ..... هستند. ت) خط $L$ بر صفحه ی $P$ عمود است اگر و تنها اگر، بر دو خط ..... از صفحه ی $P$ عمود باشد.
۳	دی ماه ۹۳	نمره ۰/۷۵	وضعیت نسبی خط و صفحه در فضا را بنویسید. (سه حالت)
۴	دی ماه ۹۴	نمره ۱	عبارات های زیر را با کلمات مناسب پر کنید: الف) در هر صفحه حد اقل ..... نقطه وجود دارد که بر یک خط قرار ندارند. ب) از هر دو نقطه متمایز در فضا ..... صفحه می گذرد. ج) اگر دو خط متقاطع از صفحه ای با دو خط متقاطع از صفحه دیگری دوجه موازی باشند، آن دو صفحه ..... هستند. د) اگر دو صفحه $P$ و $P'$ بر هم عمود باشند، هر خط عمود بر صفحه $P$ یا صفحه $P'$ ..... است.
۵	دی ماه ۹۴	نمره ۱/۲۵	اگر سه خط $L_1, L_2, L_3$ دو به دو متقاطع باشند، ثابت کنید این سه خط در یک صفحه قرار دارند و یا همبرسند.

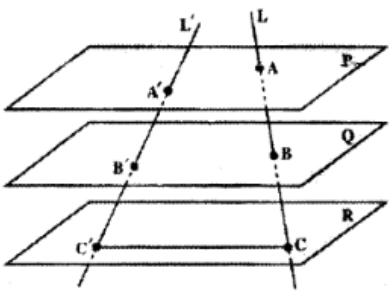
۶	جاهای خالی را بطور مناسب پر کنید. (الف) اگر قسمتی از یک شکل باکل شکل متشابه باشد ، آن شکل ..... نامیده می شود . (ب) از هر نقطه مانند A در فضا ..... صفحه می گذرد که بر خطی مانند L عمود باشد. (پ) از هر دو نقطه ی متمایز در فضا ..... صفحه می گذرد. (ت) حد اقل ..... نقطه در فضا وجود دارد که در یک صفحه قرار ندارد.	خرداد ۹۲	انمره
۷	جاهای خالی را بطور مناسب پر کنید : (الف) حداقل ..... نقطه در فضا وجود دارد که بر یک صفحه قرار ندارند. (ب) از هر دو نقطه ی متمایز در فضا ..... صفحه می گذرد. (پ) اگر دو صفحه بر هم عمود باشند هر خط عمود بر یکی ، با دیگری ..... است. (ت) از دو خط متمایز موازی ..... صفحه می گذرد.	شهریور ۹۲	انمره
۸	درستی و یا نادرستی عبارات های زیر را تعیین کنید : (الف) دو خط در فضا که یکدیگر را قطع نکنند لزوماً موازی هستند. (ب) در هر مکعب مستطیل هریال با یک و تنها یک وجه آن موازی است. (پ) عکس قضیه ی تالس در فضا برقرار نیست . (ت) اگر خطی بر صفحه ای عمود باشد ، بر هر خط از آن صفحه نیز ، عمود است.	دی ماه ۹۱	۱/۲۵ انمره
۹	واژه های زیر را تعریف کنید : (الف) نگاهشت (ب) دو خط متنافر	شهریور	انمره
۱۰	درستی یا نادرستی جملات زیر را تعیین کنید . (الف) اگر چند صفحه در فضا روی دو خط، پاره خطهای متناظر متناسب ایجاد کرده باشند، لزوماً آن صفحه ها موازی هستند. (ب) اگر خطی بر یکی از دو صفحه موازی عمود باشد، بر دیگری هم عمود است . (ج) اگر سه خط در فضا دو به دو متقاطع باشند، لزوماً همرسند . (د) از هر نقطه خارج یک خط در فضا ، یک و تنها یک خط به موازات آن خط می گذرد . (ه) اگر خطی بر یکی از دو خط موازی عمود باشد ، بر دیگری هم عمود است .	شهریور ۹۴	۱/۲۵ انمره
۱۱	جاهای خالی را به طور مناسب پر کنید. (الف) در تبدیل انتقال $T(x, y) = (x - 3, y + 2)$ بردار انتقال برابر با ..... است. (ب) در هر صفحه حد اقل ..... نقطه وجود دارد که بر یک خط قرار ندارند. (ج) اگر دو صفحه متمایز یک نقطه مشترک داشته باشند ، آنگاه در یک ..... مشترک خواهند بود.	دی ماه ۹۲	انمره

۱۲	درستی یا نادرستی جملات زیر را تعیین کنید. الف) هر زاویه ی خارجی یک چند ضلعی ، از هر زاویه ی داخلی آن بزرگتر است . ب) تبدیل بازتاب جهت شکل را حفظ نمی کند. پ) اگر دو خط متقاطع باشند تحت یک بازتاب نیمساز زاویه ی تشکیل شده بین خط و تصویرش محور تقارن است. ت) اگر دو صفحه ی $P$ و $P'$ بر هم عمود باشند، هر خط عمود بر صفحه ی $P$ بر صفحه ی $P'$ نیز عمود است.	خرداد ماه ۹۱	انمره
۱۳	اگر سه خط $L_1$ ، $L_2$ و $L_3$ دو به دو متقاطع باشند، ثابت کنید این سه خط در یک صفحه قرار دارند و یا همسرند.	خرداد ۹۱	۱/۲۵ انمره
۱۴	الف) دو خط متناظر را تعریف کنید. ب) نشان دهید اگر خطی بر صفحه ای عمود باشد، بر هر خط از آن صفحه نیز، عمود است.	شهریور ۹۲	۱ انمره
۱۵	جاهای خالی را بطور مناسب پر کنید : الف) در هر صفحه حداقل ..... نقطه وجود دارد که بر یک خط قرار ندارند. ب) دو خط عمود بر یک صفحه با هم ..... هستند. پ) سه خط دو به دو متقاطع که در یک صفحه قرار ندارند لزوماً " با هم ..... هستند. ت) در یک مکعب مستطیل هر دو وجه مجاور آن ..... هستند.	خرداد ۹۲	۱ انمره
۱۶	عبارات زیر را با کلمات مناسب پر کنید : الف ) صفحه ای را که در وسط یک پاره خط بر آن عمود باشد، صفحه ی ..... آن پاره خط، می نامیم . ب ) اگر دو صفحه متمایز یک نقطه مشترک داشته باشند ، آنگاه در یک ..... ، مشترک خواهند بود . پ ) اگر $L$ و $L'$ دو خط متناظر باشند ، یک و تنها یک ..... شامل $L$ و جود دارد که با $L'$ موازی باشد . ت ) اگر دو صفحه ی $P$ و $P'$ بر هم عمود باشند ، هر خط عمود بر صفحه ی $P$ با صفحه ی $P'$ ..... است .	خرداد ۹۳	نمره 1
۱۷	از نقطه ی $A$ خارج از خط $L$ ، یک صفحه عمود بر $L$ بگذرانید . ثابت کنید این صفحه یکتا است .	خرداد ۹۳	۵/۱ انمره
۱۸	عبارات زیر را با کلمات مناسب پر کنید : الف ) کمان در خور زاویه $90^\circ$ روبه رو به یک پاره خط مانند $AB$ ، دایره ای ..... است. ب) تبدیل نگاشتی ..... از صفحه به روی خودش است . ج) حداقل ..... نقطه در فضا وجود دارد که بر یک صفحه قرار ندارند. د) محل تقاطع دو صفحه ..... آن دو صفحه نامیده می شود .	خرداد ۹۴	۱ انمره

۱۹	درستی و یا نادرستی عبارت های زیر را تعیین کنید :	خرداد ۹۴	۷۵/۰ شماره
۲۰	جاهای خالی را به طور مناسب پر کنید. الف) از هر نقطه مانند $A$ در فضا ..... خط می گذرد که با صفحه ای مانند $P$ موازی باشد. ب) اگر دو خط غیر موازی در دو صفحه ی متمایز موازی قرار داشته باشند آنگاه با هم ..... هستند. پ) صفحه ای که در وسط یک پاره خط بر آن عمود باشد، صفحه ی ..... آن پاره خط، می نامیم.	دی ماه ۹۰۰	۷۵/۰ شماره
۲۱	درستی یا نادرستی جملات زیر را تعیین کنید. الف) دو خط در فضا که یکدیگر را قطع نکنند لزوماً موازی هستند. ب) اگر خطی بر صفحه ای عمود باشد، بر هر خط از آن صفحه نیز، عمود است. ج) اگر خطی بر یکی از دو صفحه ی موازی عمود باشد، بر دیگری هم عمود است. د) اگر سه خط در فضا دو به دو متقاطع باشند لزوماً همسرند. ه) از هر نقطه خارج یک خط در فضا، یک و تنها یک خط به موازات آن خط می گذرد.	شهریور ۹۳	اندره
۲۲	درستی یا نادرستی جملات زیر را مشخص کنید. الف) اگر چند صفحه در فضا روی دو پاره خط، پاره خط های متناظر متناسب ایجاد کرده باشند، لزوماً آن صفحه ها موازی نیستند. ب) اگر $L$ و $L'$ دو خط متناظر باشند، هیچ صفحه ای شامل $L$ وجود ندارد که با $L'$ موازی باشد. پ) دو صفحه ی عمود بر یک خط، بر هم عمودند. ت) اگر خط $L$ با یکی از خط های صفحه ی $P$ موازی باشد، آنگاه، خط $L$ با صفحه ی $P$ موازی است.	خرداد ۹۳	اندره

### خط ها و صفحات موازی

۱	قضیه ثابت کنید اگر خط $L$ با یکی از خط های صفحه ی $P$ موازی باشد، آنگاه، خط $L$ با صفحه ی $P$ موازی است.	خرداد ۹۳	۷۵/۰ شماره
۲	الف) اگر چند صفحه در فضا روی دو خط، پاره خط های متناظر متناسب ایجاد کرده باشند، آیا لزوماً آن صفحه ها موازی هستند؟ ب) برای رد حدس کلی زیر با استفاده از رسم شکل و توضیح آن، یک مثال نقض ارائه کنید. در فضا، اگر خطی یکی از دو خط موازی را قطع کند لزوماً دیگری را نیز قطع می کند.	خرداد ۹۳	اندره

۳	خرداد ۹۲	۱/۲۵ نمیره	قضیه: ثابت کنید اگر خط $L$ با صفحه $P$ موازی باشد، هر صفحه که از $L$ بگذرد و با $P$ متقاطع باشد، $P$ را در یک خط موازی $L$ قطع می کند.
۴	دی ماه ۹۲	۱ نمیره	از نقطه $A$ خارج صفحه $P$ ، خطی موازی $P$ رسم کنید. (مراحل رسم را توضیح دهید)
۵	شهریورد ۹۳	۱/۲۵ نمیره	ثابت کنید اگر خطی با دو صفحه ی متقاطع، موازی باشد. آنگاه، با فصل مشترک آن ها موازی است.
۶	دی ماه ۹۰	۱/۲۵ نمیره	ثابت کنید اگر خط $L$ بر صفحه ی $P$ عمود باشد، آنگاه هر خطی که بر خط $L$ عمود باشد با صفحه ی $P$ موازی است.
۷	خرداد	۱/۵ نمیره	قضیه: ثابت کنید اگر خط $L$ با یکی از خط های صفحه ی $P$ موازی باشد، آنگاه، خط $L$ با صفحه ی $P$ موازی است.
۸	دی ماه ۱/۲۵		ثابت کنید اگر صفحه ای با یکی از دو خط موازی، موازی باشد با دیگری هم موازی است.
۹	دی ماه ۹۲	۱/۷۵ نمیره	قضیه (تالس در فضا): ثابت کنید اگر $P$ ، $Q$ و $R$ سه صفحه موازی باشند و دو خط $L$ و $L'$ این صفحه ها را به ترتیب در نقطه های $A$ ، $B$ و $C$ و $A'$ ، $B'$ و $C'$ قطع کنند، آنگاه: <div style="display: flex; align-items: center; justify-content: center;">  <math display="block">\frac{AB}{BC} = \frac{A'B'}{B'C'}</math> </div>
۱۰	دی ماه ۹۲	۱/۲۵ نمیره	نشان دهید اگر خط $L$ بر صفحه ی $P$ عمود باشد، آنگاه هر خطی که بر خط $L$ عمود باشد با صفحه ی $P$ موازی است.
۱۱	دی ماه ۹۲	۱ نمیره	ابتدا از نقطه $A$ خارج صفحه $P$ ، خطی موازی $P$ رسم کنید. (روش رسم را توضیح دهید) سپس مشخص کنید چند خط می توان از یک نقطه ی مفروض موازی یک صفحه ی مفروض گذراند.

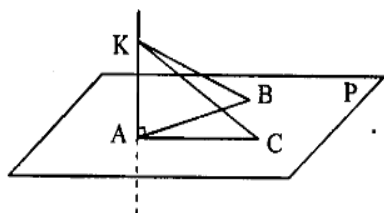
۱/۵ نمیره	۹۴ خرداد	۱۲	قضیه: ثابت کنید اگر خط $L$ با صفحه $P$ موازی باشد، هر صفحه که از $L$ بگذرد و با $P$ متقاطع باشد، $P$ را در یک خط موازی $L$ قطع می‌کند.
۱/۲۵ نمیره	۹۲ شهریور ماه	۱۳	ثابت کنید در یک هرم، وسط یال‌های آن، در یک صفحه موازی قاعده قرار دارند.
۱ نمیره	۹۱ دی	۱۴	ثابت کنید، اگر دو صفحه با صفحهٔ سوم موازی باشند، خودشان با هم موازیند.
۱/۷۵ نمیره	۹۲ دی ماه	۱۵	قضیه (تالس در فضا): اگر $P, Q, R$ سه صفحه موازی باشند و دو خط $L$ و $L'$ این صفحه‌ها را به ترتیب در نقطه‌های $A, B, C$ و $A', B', C'$ قطع کنند، آنگاه: $\frac{AB}{BC} = \frac{A'B'}{B'C'}$ .
۱ نمیره	۹۴ شهریور	۱۶	اگر دو صفحه متقاطع $Q_1$ و $Q_2$ بر صفحه $P$ عمود باشند، ثابت کنید فصل مشترک دو صفحه $Q_1$ و $Q_2$ بر صفحه $P$ عمود است. (راهنمایی: یک خط $\delta$ عمود بر صفحه $P$ در نظر بگیرید. وضعیت خط $\delta$ نسبت به دو صفحه $Q_1$ و $Q_2$ چگونه است)
۱/۲۵ نمیره	۹۳۰ شهریور	۱۷	ثابت کنید اگر خطی با دو صفحه $p$ و $p'$ متقاطع موازی باشد، آنگاه با فصل مشترک آن‌ها موازی است.



شهریور ۹۱	شماره ۱/۵	۱۸	برای رد حدس های کلی زیر با استفاده از رسم شکل و توضیح آن یک مثال نقض ارائه کنید. الف) در فضا، اگر خطی یکی از دو خط موازی را قطع کند لزوماً "دیگری را نیز قطع می کند. ب) اگر دو خط در دو صفحه ی موازی قرار داشته باشند لزوماً "این دو خط موازی هستند.
شهریور ۹۳	شماره ۱	۱۹	از نقطه ی A خارج از صفحه ی P، یک صفحه موازی با صفحه ی P بگذرانید. (روش ترسیم را توضیح دهید)
شهریور ۹۳	شماره ۰/۷۵	۲۰	ثابت کنید خطی که با یکی از دو صفحه ی موازی، موازی است با دیگری هم موازی است.
خرداد ۹۳	شماره ۱/۵	۲۱	قضیه: ثابت کنید اگر خط L با یکی از خط های صفحه P موازی باشد، آنگاه، خط L با صفحه P موازی است.
خرداد ۹۳	شماره ۱/۵	۲۲	قضیه: ثابت کنید اگر خط L با یکی از خط های صفحه P موازی باشد، آنگاه، خط L با صفحه P موازی است.
خرداد ۹۰	شماره ۱/۲۵	۲۳	اگر O نقطه ای خارج از صفحه ای مانند P باشد، ثابت کنید کلیه خط های گذرنده از O که با P موازی هستند در یک صفحه موازی P قرار دارند.
خرداد ۹۱	شماره ۱	۲۴	ثابت کنید دو صفحه P و P' موازی هستند اگر و تنها اگر هر خط واقع بر یکی از این صفحه ها، با صفحه ی دیگر موازی باشد.
خرداد ۹۲	شماره ۱/۲۵	۲۵	ثابت کنید که اگر دو صفحه موازی باشند، هر خط واقع بر یکی از این صفحه ها، با صفحه دیگر موازی است. آیا عکس مطلب نیز درست است؟ یعنی اگر هر خط از صفحه مفروضی، با صفحه مفروض دیگر موازی باشد، آیا آن دو صفحه موازیند؟

### خط ها و صفحه های عمود برهم

خرداد ۹۴	شماره ۱	۱	فرض کنید A، B و C سه نقطه از صفحه P باشند که بر یک خط قرار ندارند و $AB = AC$ . اگر K نقطه ای خارج از صفحه P باشد که $KB = KC$ و خط KA بر خط AB عمود باشد، ثابت کنید خط KA بر صفحه P عمود است.
----------	---------	---	--



۲	دی ماه ۹۰	نمره ۲	روش رسم هریک از موارد زیر را توضیح دهید. (الف) از نقطه ی $A$ روی خط $L$ ، صفحه ای بر خط $L$ عمود کنید. (ب) از نقطه ی $A$ خطی رسم کنید که بر صفحه ی $P$ عمود باشد.
۳	دی ماه ۹۴	نمره ۱/۲۵	ثابت کنید اگر $L$ و $L'$ دو خط متناظر باشند، از هر نقطه ی $A$ یک و تنها یک خط می گذرد که بر $L$ و $L'$ عمود است.
۴	شهریور ۹۰	نمره ۱/۵	ثابت کنید اگر خطی بر یکی از دو صفحه ی موازی عمود باشد ، بر دیگری هم عمود است.
۵	شهریور ۹۲	نمره ۰/۵	اگر خط $L$ بر صفحه ی $P$ عمود نباشد ، صفحه ای از خط $L$ بگذرانید که بر $P$ عمود باشد.
۶	شهریور ۹۳	نمره ۱	از نقطه $A$ روی خط $L$ ، صفحه ای بر خط $L$ عمود کنید. (روش رسم را توضیح دهید)
۷	شهریور ۹۴	نمره ۰/۷۵	اگر دو صفحه $P$ و $P'$ بر هم عمود باشند ، ثابت کنید هر خط عمود بر صفحه $P$ با صفحه $P'$ موازی است . 
۸	خرداد ۹۳	نمره ۱/۵	از نقطه ی $A$ خارج از خط $L$ ، یک صفحه عمود بر $L$ بگذرانید . ثابت کنید این صفحه یکتا است .
۹	خرداد ۹۲	نمره ۱	از نقطه ی $A$ خطی رسم کنید که بر صفحه ی $P$ عمود باشد. (روش رسم را توضیح دهید)
۱۰	دی ۹۴	نمره ۱/۲۵	ثابت کنید اگر $L$ و $L'$ دو خط متناظر باشند ، از هر نقطه $A$ یک و تنها یک خط می گذرد که بر $L$ و $L'$ عمود است .

تهیه کننده: سارا فرهادی دبیر ریاضی شهرستان مسجد سلیمان

گروه ریاضی متوسطه ی دوّم استان خوزستان