ریاضی ۲ یازدهم تجربی با طعم گلابی

فصل ۱ درس اول: هندسه تحلیلی

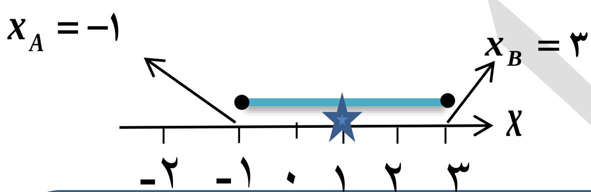
تالیف: مهندس حسین کاویانی

فصل ۱ : هندسه تحلیل و جبر

درس اول : هندسه تحلیلی

هندسه تحلیلی چیز جدید و تازه ایی نیست ! همان مفاهیم نقطه و خط هستش که در دوره متوسطه اول با آنها آشنا شدید . ابتدا مفهوم نقطه در فضای یک بعدی و دو بعدی رو مرور و بررسی می کنیم سپس سراغ معادله خط و ... می رویم .

نقطه در فضای یک بعدی :



$|AB| = |x_B - x_A| \xrightarrow{x_B > x_A} x_B - x_A$ فاصله دو نقطه از هم در فضای یک بعدی

$x_M = \dfrac{x_A + x_B}{۲}$ مختصات وسط دو نقطه (مرکز همسایگی)

$R = \dfrac{|x_B - x_A|}{۲}$ شعاع همسایگی (نصف فاصله)

در مثال بالا :

$|AB| = ۳ - (-۱) = ۴$ فاصله دو نقطه از هم

شعاع همسایگی $= \dfrac{۴}{۲} = ۲$

وسط دو نقطه (مرکز) $x_M = \dfrac{۳ + (-۱)}{۲} = ۱$

نکته : می توان $a < x < b$ را به صورت نامعادله قدر مطلقی $|x - \alpha| < \beta$ نشان داد که مرکز $\alpha = \dfrac{a+b}{۲}$ و شعاع همسایگی $\beta = \dfrac{b-a}{۲}$ است .

در مثال بالا داریم :

$$-۱ < x < ۳ \Rightarrow \begin{cases} \alpha = \dfrac{-۱+۳}{۲} = ۱ \\ \beta = \dfrac{۳-(-۱)}{۲} = ۲ \end{cases} \Rightarrow |x - ۱| < ۲$$

یادآوری : می دانیم $|u| < a \rightarrow -a < u < a$ حال اگر نامعادله $|x - ۱| < ۲$ را حل کنیم داریم :

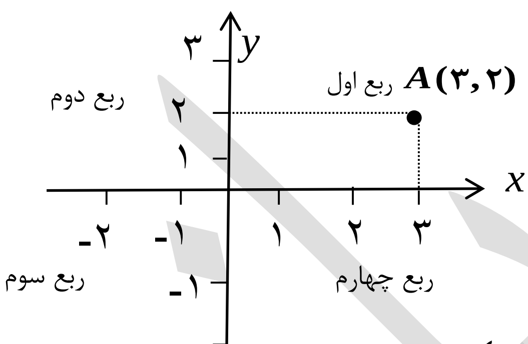
$$|x - ۱| < ۲ \Rightarrow -۲ < x - ۱ < ۲ \xrightarrow{+۱} -۱ < x < ۳$$

نکته : $|a-b|$ یعنی فاصله a تا b و $|x-a|$ یعنی فاصله x تا a ، حال اگر a=0 باشد آنگاه $|x|$ یعنی فاصله x تا مبداء که همان قدر مطلق x خوانده می شود .

مثال ۱: فاصله نقطه $x_A = m+۲$ تا نقطه $x_B = ۱-m$ ، سه برابر فاصله نقطه A تا مبداء مختصات است m کدام عدد می تواند باشد؟ ۱) ۵ ۲) $\frac{۷}{۵}$ ۳) $-\frac{۷}{۵}$ ۴) $\frac{-۸}{۵}$

(فیلم حل مثال ها در کانال تلگرام @amoozesheriazi11)

مختصات نقطه در فضای دو بعدی (دستگاه محور مختصات) :



ربع اول $\begin{cases} x>0 \\ y>0 \end{cases}$ ربع دوم $\begin{cases} x<0 \\ y>0 \end{cases}$

ربع سوم $\begin{cases} x<0 \\ y<0 \end{cases}$ ربع چهارم $\begin{cases} x>0 \\ y<0 \end{cases}$

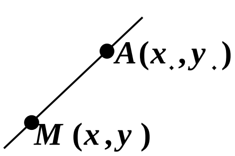
✓ نقطه $A=\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ یا $A(x,y)$ یعنی نقطه ای در فضای دو بعدی $(\mathbb{R}^۲)$ که x طول آن و y عرض آن است .

نکته : وقتی نقطه $A(x,y)$ روی محور X ها (طول ها) واقع است که عرض آن صفر باشد : Y=0

نکته : وقتی نقطه $A(x,y)$ روی محور Y ها (عرض ها) واقع است که طول آن صفر باشد : X=0

معادله خط در فضای دو بعدی :

در سال نهم یاد گرفتین که معادله خط به صورت $y=ax+b$ یا $y=mx+h$ است که ضریب x (a یا m) شیب خط و b یا h عرض از مبداء خط (برخورد با محور عرض ها)هستند .حالا می خوایم یه روش دیگر هم بگیم که البته احتمالاً قبلاً شنیده باشین :



نکته : معادله خطی به شیب m که نقطه $A(x_۰,y_۰)$ می گذرد برابر است با : $y-y_۰=m(x-x_۰)$

اثبات : $\Rightarrow$ شیب $m=\frac{y-y_۰}{x-x_۰} \Rightarrow y-y_۰=m(x-x_۰)$

یاداوری : اگر A و B دو نقطه باشند شیب پاره خط AB برابر است با : $m=\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}$ یا $\frac{y_A-y_B}{x_A-x_B}$

مثال : معادله خطی که از نقاط (۲- و ۱-) و (۱ و ۳-) می گذرد را بدست آورید ؟

روش اول : $y = mx + h$ باید مختصات نقاط (۲- و ۱-) و (۱ و ۳-) در خط صدق کنند

$$\begin{cases} -m + h = -۲ \\ -۳m + h = ۱ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m - \cancel{h} = ۲ \\ -۳m + \cancel{h} = ۱ \end{cases}$$

سپس m و h از حل دستگاه بدست می آید .

$$\Rightarrow -۲m = ۳ \Rightarrow m = -\frac{۳}{۲} \longrightarrow \frac{۳}{۲} + h = -۲$$

$$h = -\frac{۷}{۲} \Rightarrow y = -\frac{۳}{۲}x - \frac{۷}{۲} \xrightarrow{\times ۲} ۲y + ۳x + ۷ = ۰$$

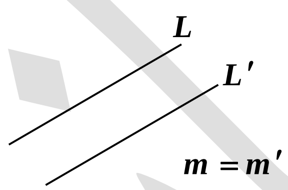
روش دوم: استفاده از شیب و یک نقطه

$$m = \frac{y_۲ - y_۱}{x_۲ - x_۱} = \frac{۱-(-۲)}{-۳-(-۱)} = \frac{۳}{-۲} = -\frac{۳}{۲}, A(-۱,-۲)$$

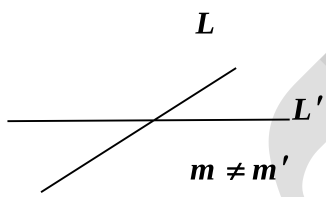
$$y - y_۰ = m(x - x_۰) \Rightarrow y + ۲ = \frac{-۳}{۲}(x+۱) \xrightarrow{\times ۲} ۲y + ۴ = -۳x - ۳$$

$$\Rightarrow ۲y + ۳x + ۷ = ۰$$

نکته : دو خط موازی شیب های برابر دارند .

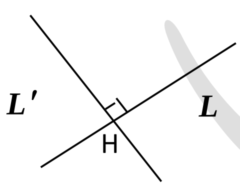


نکته : اگر شیب خطوط برابر نباشد آن گاه دو خط یکدیگر را در یک نقطه قطع می کنندکه مختصات نقطه برخورد آنها از حل دستگاه دو معادله و دو مجهول بدست می آید.



نکته : اگر دو خط L وL' بر هم عمود باشند آنگاه شیب آنها معکوس و قرینه هم است

(مثلاً $m = \frac{۳}{۲}, m' = -\frac{۲}{۳}$) یا به عبارت دیگر حاصل ضرب شیب انها برابر ۱- است :



$$mm' = -۱ \Rightarrow m' = -\frac{۱}{m}$$

تذکر : دو نکته فوق نیز می توان با تشکیل یک دستگاه دو معادله و دو مجهول از خطوط مختصات پای عمود (H) را بدست اورد .

مثال ۲ : عرض از مبداء خطی را که برخط به معادله $3y - x = 5$ عمود بوده وخط $y = 2x + 6$ را در نقطه ای به طول ۱- قطع کند کدام است ؟

۱) ۳ ۲) ۳- ۳) ۱ ۴) ۱- (فیلم حل مثال ها در کانال تلگرام @amoozesheriazi11)

نکته : اگر $A(x_A, y_A)$ و $B(x_B, y_B)$ دو نقطه در فضای دو بعدی $\mathbb{R}^2$ (دستگاه مختصات xoy) باشند آن گاه مختصات وسط آن به صورت زیر است : $M\left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2}\right)$

مثال : معادله عمود منصف پاره خطی که دو سر آن نقاط $B(2,-3), A(4,3)$ باشد کدام است؟

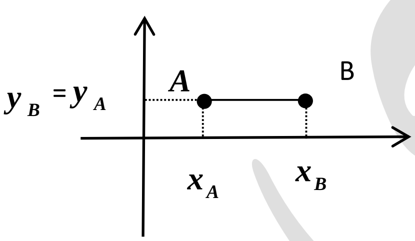
حل: برای نوشتن معادله خط شیب و یک نقطه را لازم داریم.از طرفی می دانیم عمود منصف یک پاره خط ، خطی است که از وسط پاره خط گذشته و بر آن عمود است. پس برای نوشتن معادله خط عمود منصف کافی است مختصات نقطه وسط پاره خط AB را بدست آوریم و شیب عمود منصف را معکوس قرینه شیب پاره خط AB در نظر بگیریم. ($m = -\frac{1}{m_{AB}}$)

$$M\left(\frac{2+4}{2}, \frac{-3+3}{2}\right) = (3,0) \qquad m_{AB} = \frac{3+3}{4-2} = \frac{6}{2} = 3 \quad \Rightarrow m = -\frac{1}{3}$$

$$y - 0 = -\frac{1}{3}(x-3) \quad \Rightarrow 3y + x = 3$$

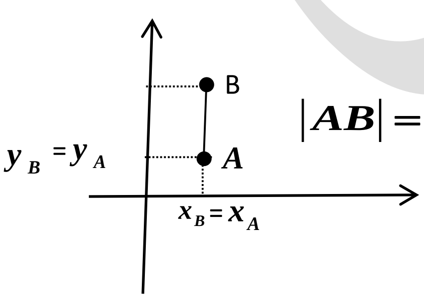
نکته: فاصله دو نقطه از هم

الف: فاصله دو نقطه افقی (هم عرض) برابر اختلاف طول های آنهاست.



$$|AB| = |x_B - x_A| \xrightarrow{x_B > x_A} x_B - x_A$$

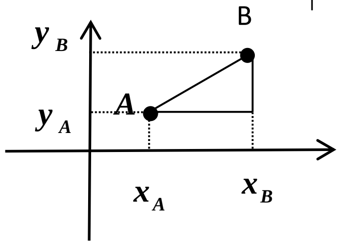
ب: فاصله دو نقطه عمودی (هم طول) برابر اختلاف عرض های آنهاست.



$$|AB| = |y_B - y_A| \xrightarrow{y_B > y_A} y_B - y_A$$

ج : اگر A و B دو نقطه در فضای دو بعدی باشند آنگاه فاصله دو نقطه از هم برابر است با : $|AB|=\sqrt{(x_A-x_B)^2+(y_A-y_B)^2}$

$$|AB|=\sqrt{\Delta x^2+\Delta y^2}$$



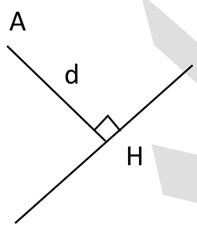
اثبات) فیثاغورث

$$\Rightarrow \quad |AB|^2=|x_B-x_A|^2+|y_B-y_A|^2 \Rightarrow |AB|=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$$

نکته : فاصله نقطه $A(x_0,y_0)$ از خط به معادله $ax+by+c=0$:

تذکر : منظور از فاصله همان کمترین نقطه از خط می باشد که از نقطه A بر خط عمود رسم می شود .

در واقع H مختصات پای عمود یا همان تصویر نقطه A روی خط است .

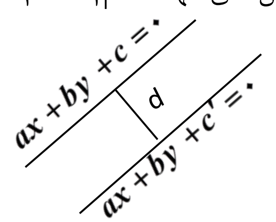


$$\boxed{d=\frac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}}$$

نکته: فاصله دو خط از هم در فضای دو بعدی *(کمترین فاصله)*

الف: فاصله دوخط افقی برابر اختلاف عرض های آنهاست. $d=|y_2-y_1|$

ب: فاصله دو نقطه عمودی (قائم) برابر اختلاف طول های آنهاست. $d=|x_2-x_1|$



ج : فاصله دو خط موازی : $d=\frac{|c-c'|}{\sqrt{a^2+b^2}}$

تذکر: در حالت ج باید ضرایب x و y در هر دو خط با ضرب یا تقسیم یک معدله در یک عدد مناسب یکسان شوند، برای محاسبه فاصله دو خط موازی روش دیگر این است که فاصله یک نقطه دلخواه از یک خط را از خط دیگر با فرمول $d=\frac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$ بدست آوریم.

د: فاصله دو خط متقاطع، برابر صفر است!!

مثال : فاصله دو خط $y=2x-1$ و $6x-3y+4=0$ کدام است؟

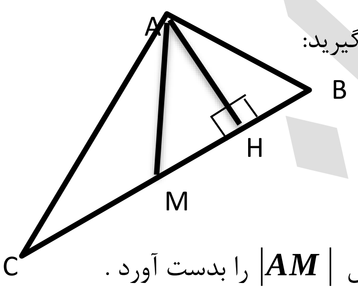
$$\begin{cases} y=2x-1 \Rightarrow y-2x+1=0 \\ \div(-3) \Rightarrow y-3x-\frac{4}{3}=0 \end{cases} \Rightarrow d=\frac{\left|1-\left(-\frac{4}{3}\right)\right|}{\sqrt{1+4}}=\frac{\frac{7}{3}}{\sqrt{5}}=\frac{7}{3\sqrt{5}}=\frac{7\sqrt{5}}{15}$$

روش دوم : نقطه دلخواه $(0,-1)$ را روی خط $y=2x-1$ در نظر میگیریم و فاصله اونو تا خط $6x-3y+4=0$ بدست میاریم:

$$d=\frac{|0+3+4|}{\sqrt{36+9}}=\frac{7}{\sqrt{45}}=\frac{7}{3\sqrt{5}}=\frac{7\sqrt{5}}{15}$$

نکته : معادله خطی وسط دو خط موازی : $ax+by+\frac{c+c'}{2}=0$

نکته : مثلث ABC که مختصات رئوس آن $A(x_A,y_A), B(x_B,y_B), C(x_c,y_c)$ معلوم است را در نظر بگیرید:



الف) اگر M وسط ضلع BC باشد آنگاه : $M\left(\frac{x_B+x_c}{2},\frac{y_B+y_c}{2}\right)$

ب) با داشتن مختصات رأس A و نقطه M وسط ضلع BC می توان معادله میانه AMرا نوشت و همچنین طول $|AM|$ را بدست آورد .

ج) با نوشتن معادله ضلع BC ، فاصله رأس A تا ضلع BC طبق فرمول $d=\frac{|ax_. + by_. + c|}{\sqrt{a^2+b}}$ همان طول ارتفاع AH است .

د) برای محاسبه معادله خط ارتفاع AH می توان ابتدا شیب ضلع BC را با معلوم بودن دو رأس Bو C بدست آورد و سپس شیب AH که معکوس و قرینه شیب BC است را مشخص کرد . (عمود بر هم) با داشتن m_{AH} و مختصات رأس A معادله ارتفاع AH بدست می آید .

ه) برای محاسبه مختصات پای عمود (H) در ارتفاع AH کافی است معادله ارتفاع AH و معادله ضلع BC را در یک دستگاه مختصات برخورد داده و جواب دستگاه را بدست آوریم که همان مختصات نقطه برخورد است .

و) محاسبه مساحت با معلوم بودن سه رأس :

روش اول : می توان طول ارتفاع AH را بر اساس قسمت (د) بدست آورد و طول ضلع

BC را نیز محاسبه کرد و طبق فرمول $S=\frac{۱}{۲}\times$ قاعده $\times$ ارتفاع مساحت مثلث را بیابیم .

روش دوم : استفاده از از فرمول زیر : $S=\frac{۱}{۲}\left|x_A(y_B-y_A)+x_B(y_c-y_A)+x_c(y_A-y_B)\right|$

روش سوم : طول سه ضلع را با فرمول $|AB|=\sqrt{(x_B-x_A)^۲+(y_B-y_A)^۲}$ بدست آوریم و از قضیه هرون مساحت را محاسبه کنیم :

نصف محیط $P=\frac{a+b+c}{۲}\Rightarrow$ مساحت مثلث $S=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

مثال ۳ : مختصات رئوس مثلث ABC به صورت $C(-۲,-۵),B(۲,-۲),A(-۱,۲)$ است :

(فیلم حل مثال ها در کانال تلگرام @amoozesheriazi11)

الف) نوع مثلث و محیط آن کدام است ؟

ب) طول میانه AM و معادله آن را بدست اورید ؟

ج) معادله و طول ارتفاع AH را بدست آورید ؟

و) مساحت مثلث ABC کدام است؟

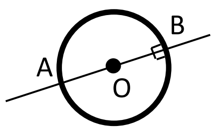
د) مختصات پای عمود در ارتفاع AH را بدست آورید ؟

مثال ۴ : مثلث با رئوس $C(۴,۱),B(۲,۵),A(۱,۲)$ چگونه است؟

۱) متساوی الاضلاع ۲) فقط متساوی الساقین ۳)فقط قائم الزاویه ۴) متساوی الساقین قائم الزاویه

مثال ۵: نقاط $(-1,2),(-2,2)$ دو رأس مثلث متساوي الاضلاعي هستند مختصات رأس سوم این مثلث را بدست آورید؟

چند نکته در مورد دایره :



۱) شعاع ها یا قطرهای دایره از مرکز دایره می گذرند و بر دایره عمود (قائم) هستند .

۲) مختصات مرکز دایره در معادله قطر دایره صدق می کند .

۳) محل برخورد قطرهای دایره همان مرکز دایره است یعنی با داشتن معادله دو قطر و حل دستگاه ، مختصات مرکز دایره بدست می آید .

۴) اگر مختصات دو سر قطر AB معلوم باشد مختصات مرکز دایره همان وسط دو سر قطر است: $O=\left(\frac{x_A+x_B}{2},\frac{y_A+y_B}{2}\right)$

۵) اگر مرکز (O) و شعاع (R) معلوم باشد می توان با بررسی فاصله نقطه دلخواهی مانند A تا مرکز دایره و مقایسه آن با شعاع دایره مشخص کرد که نقطه A نسبت به دایره چه وضعیتی دارد روی دایره است یا بیرون آن .

$|OA|>R \Longrightarrow$ نقطه A خارج دایره

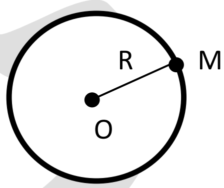
$|OA|=R \Longrightarrow$ نقطه A روي دایره

$|OA|<R \Longrightarrow$ نقطه A داخل دایره

۶) معادله دایره ای به مرکز $O(\alpha,\beta)$ و شعاع R به صورت $(x-\alpha)^2+(y-\beta)^2=R^2$ است .

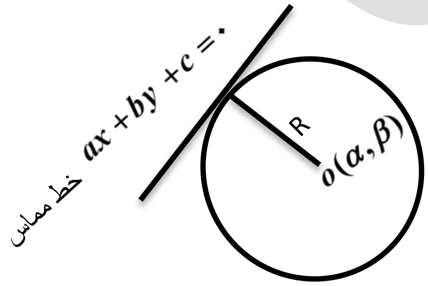
اثبات : دایره مکان هندسی نقاطی مانند $M(x,y)$ در صفحه است که فاصله آن همه نقاط از مرکز $o(\alpha,\beta)$ برابر مقدار ثابت (Rشعاع) است .

$$R=\sqrt{(x-\alpha)^2+(y-\beta)^2}$$



۷) فاصله مرکز دایره تا هر نقطه ای روی دایره برابر شعاع آن دایره است.

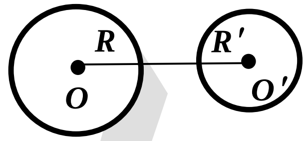
۸) شعاع دایره بر خط مماس بر دایره در نقطه تماس با دایره عمود است پس اولاً شیب شعاع (یا قطر) معکوس و قرینه شیب خط مماس بر دایره در ان نقطه تماس است . ثانیاً فاصله مرکز دایره تا خط مماس بر دایره همان اندازه شعاع است .



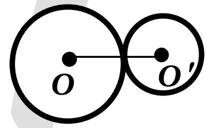
۹) اگر معادله دو مماس و موازی هم در دایره ای معلوم باشد فاصله دو خط موازی طول قطر دایره است

۱۰) برای مشخص کردن وضعیت دو دایره نسبت به هم کافی است $|OO'|$ (طول خط المرکزترین) ، $R+R'$ و $|R-R'|$ ررا بدست بیاوریم و مقایسه کنیم :

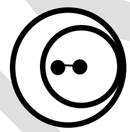
الف) دو دایره متخارج $|OO'|>R+R'$



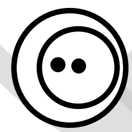
ب) دو دایره مماس خارج $|OO'|=R+R'$



ج) دو دایره مماس داخل $|OO'|=|R-R'|$



ه) دو دایره متداخل $|OO'|<|R-R'|$



مثال ۶ : اگر $B(-۵,-۲),A(-۱,۲)$ دو سر قطری از یک دایره باشند ، وضعیت نقطه (۳ و ۲-) نسبت به این دایره چگونه است؟

۱) روی دایره ۲) داخل دایره ۳) خارج دایره ۴) نامعلوم

مثال ۷: مساحت دایره ای بر خط $y=۲x+۱$ مماس بوده و مرکز آن روی محور x ها واقع است و خط $y=x-۲$ قطری از ان باشد ، کدام است ؟

۱) ۵π ۲) $۲\sqrt{۵}\pi$ ۳) ۲۵π ۴) ۱۰π

مثال ۸: خط $y=۲x-۱$ بر دایره ای عمود و خط $۳x-۴y=۹$ بر ان دایره مماس است . اگر این دایره از نقطه (۲ و ۱-) بگذرد شعاع دایره کدام است؟

۱) $\frac{۳}{۲}$ ۲) $\frac{۵}{۲}$ ۳) $\frac{۷}{۲}$ ۴) $\frac{۱}{۲}$

(فیلم حل مثال ها در کانال تلگرام @amoozesheriazi11)

مثال ۹: خطوط $y=2x-1$ و $6x-3y+2=0$ بر دایره ای مماس اند اگر نیم ساز ربع اول و سوم قطری از دایره باشد (قائم بر دایره) شعاع (R) مرکز دایره C کدام است؟

۱) $C(\frac{1}{3},\frac{1}{3}), R=\frac{\sqrt{5}}{3}$ ۲) $C(\frac{1}{6},\frac{1}{6}), R=\frac{\sqrt{5}}{3}$ ۳) $C(\frac{1}{3},\frac{1}{3}), R=\frac{\sqrt{5}}{6}$ ۴) $C(\frac{1}{6},\frac{1}{6}), R=\frac{\sqrt{5}}{6}$

مثال ۱۰ : دو دایره می توان رسم کرد که بر هر دو محور مختصات مماس بوده از نقطه ای (۲و۱-) بگذرند شعاع دایره بزرگتر کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

مثال ۱۱: دایره c به مرکز مبداء مختصات و شعاع ۲ نسبت به دایره c' به مرکز (۴ و ۳) و شعاع ۳ نسبت به هم چگونه اند ؟

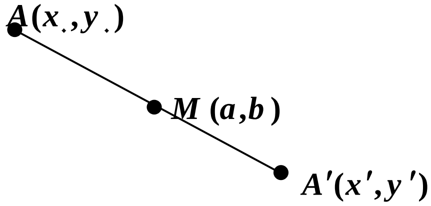
۱) مماس داخل ۲) مماس خارج ۳) متخارج ۴) متقاطع

مثال ۱۲ : از نقطه $A(1,2)$ دو خط مماس بر دایره ای به مرکز $C(-2,-3)$ و شعاع واحد رسم شده است . طول قطعه مماس کدام است ؟

۱) ۳۳ ۲) $\sqrt{33}$ ۳) $2\sqrt{33}$ ۴) $\frac{\sqrt{33}}{2}$

(فیلم حل مثال ها در کانال تلگرام @amoozesheriazi11)

نکته : قرینه نقطه $A(x_0,y_0)$ نسبت به نقطه $M(a,b)$:



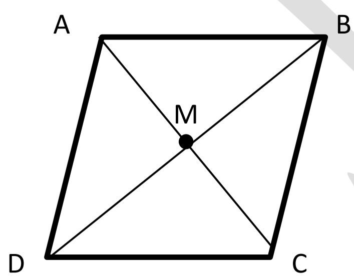
$$A'(2a-x_0,2b-y_0)$$

اثبات : . است A' و A وسط M $\Rightarrow \begin{cases} a=\dfrac{x_0+x'}{2} \Rightarrow x'=2a-x_0 \\ b=\dfrac{y_0+y'}{2} \Rightarrow y'=2b-y_0 \end{cases}$

مثال : قرینه نقطه (۳ و ۲-) نسبت به نقطه (۱- و ۲) کدام است؟ *حل: طبق فرمولزبالا برای قرینه یک نقطه داریم:*

$$A'(4-(-2),-2-6)=(6,-8)$$

نکته : هر متوازی الاضلاع (از جمله مستطیل و مربع) قطرهایکدیگر را نصف می کنند . پس محل برخورد قطرها وسط دو رأس مقابل به هم است:



$$\begin{cases} x_M=\dfrac{x_A+x_c}{2}=\dfrac{x_B+x_D}{2} \Rightarrow x_A+x_c=x_B+x_D \\ y_M=\dfrac{y_A+y_C}{2}=\dfrac{y_B+y_D}{2} \Rightarrow y_A+y_c=y_B+y_D \end{cases}$$

رئوس مقابل به هم

نتیجه: با معلوم بودن مختصات سه رأس از یک متوازی ا لاضلاع (مستطیل یا مربع) می توان مختصات رأس چهارم آن را باتوجه به نکته بالا بدست آورد .

مثال ۱۳ : اگر $A(-1,3),B(2,5),C(-2,0)$ سه رأس متوازی الاضلاع ABCD باشند آنگاه :

الف) مختصات رأس D کدام است؟

ب) محیط و مساحت متوازی الاضلاع کدام است؟

ج) طول قطر بزرگ متوازی الاضلاع کدام است؟

چند نکته مهم در مورد مربع:

۱) طبق این نکته که قطرها یکدیگر را نصف می کنند می توان با معلوم بودن مختصات سه رأس ، رأس چهارم را نیز بدست آورید .

۲) اگر مختصات دو رأس مجاور هم معلوم باشد می توان طول ضلع مربع را بدست اورد .

$$\text{مساحت مربع} = (\text{طول ضلع})^2$$

$$\text{محیط مربع} = 4\times(\text{طول ضلع مربع})$$

۳) اگر مختصات دو رأس مقابل به هم معلوم باشد آنگاه فاصله دو رأس از هم طول قطر مربع است .

$$\text{مساحت} = \frac{(\text{طول قطر})^2}{2}$$

$$\text{طول قطر مربع} = \text{طول ضلع}\times\sqrt{2}$$

$$\text{طول ضلع مربع} = \frac{\text{طول قطر}}{\sqrt{2}}$$

۴) با معلوم بودن معادله دو ضلع مقابل به هم و محاسبه فاصله دو خط موازی می توان طول ضلع مربع را بدست آورد.

۵) با معلوم بودن مختصات یک رأس و معادله یک ضلع غیر مجاور آن می توان با محاسبه فاصله نقطه تا آن ضلع، طول ضلع مربع را بدست آورد.

۶) با معلوم بودن مختصات یک رأس و یک قطر غیر گذرنده از آن می توان نصف طول قطر را بدست آورد .

مثال ۱۴: اگر $(3,1),(1,-2)$ دو رأس مجاور هم یک مربع باشند آنگاه : (فیلم حل مثال ها در کانال تلگرام @amoozesheriazi11)

الف) محیط و مساحت این مربع را محاسبه کنید.

ب) مختصات دو رأس دیگر این مربع کدام است؟

ج) شیب و طول قطر های این مربع را بدست آورید.

مثال ۱۵ : یکی از اضلاع مربعی بر خط $y = 2x - 1$ واقع است. اگر A(3,0) یکی از رئوس این مربع باشد مساحت آن کدام است؟

۱) ۵ ۲) ۲۰ ۳) ۱۰ ۴) $\sqrt{5}$

مثال ۱۶ : یکی از قطرهای مربعی بر خط $y = 2x - 1$ واقع است. اگر A(3,0) یکی از رئوس این مربع باشد مساحت آن کدام است؟

۲) ۵ ۲) ۲۰ ۳) ۱۰ ۴) $\sqrt{5}$

(فیلم حل مثال ها در کانال تلگرام @amoozesheriazi11)

مثال ۱۷: اگر $(-2,-1),(5,-2)$ دو رأس مقابل به هم یک مربع باشند آنگاه محیط این مربع کدام است؟

۳) ۵ ۲) ۲۰ ۳) ۱۰ ۴) ۲۵

مثال ۱۸: اگر $(-1,-4),(5,-2)$ دو رأس مقابل به هم یک مربع باشند آنگاه کدام گزینه می تواند معادله خطی باشد که قطری از این مربع روی آن واقع است؟

۱) $3y - x = 11$ ۲) $y - 3x + 3 = 0$ ۳) $y - 3x + 9 = 0$ ۴) $y + 3x = 3$

مثال ۱۹: دو ضلع مربعی بر خطوط $5x - 12y + 8 = 0$ و $24y - 10x + 10 = 0$ واقع شده اند، محیط این مربع کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۱۳ ۳) ۴ ۴) ۲

مثال ۲۰: نقطه $A'(a,b)$ قرینه نقطه $A(3,1)$ نسبت به خط $y = 2x + 1$ باشد، $a + b$ کدام است؟

۱) $\frac{6}{5}$ ۲) $\frac{-6}{5}$ ۳) $\frac{8}{5}$ ۴) $\frac{-8}{5}$