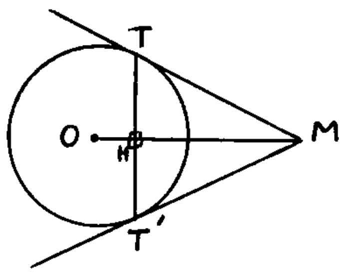
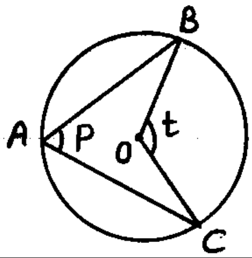
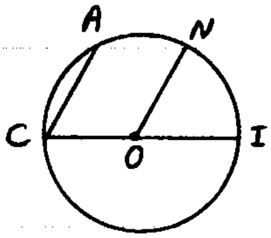
نام و نام خانوادگی:	اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران	نام درس: هندسه (۲)
مقطع و رشته: سوم ریاضی	مدیریت منطقه ۶	نام دبیر: سوگند روشنی
نام پدر:	دبیرستان دوره دوم / دخترانه سرای دانش (واحد فلسطین)	تاریخ امتحان: ۱۳۹۴/۱۰/۱۶
شماره داوطلب:		ساعت امتحان: ۸ صبح/ عصر
تعداد صفحه سؤال: ۲ صفحه	امتحانات پایان ترم نوبت اول سال تحصیلی ۹۵- ۹۴	مدت امتحان : ۹۰ دقیقه

ردیف	سؤالات	بارم
	محل مهر یا امضاء مدیر	
۱	در مثال مثلث سرپینسکی اگر طول ضلع مثلث اولیه ۲ باشد، مساحت باقیمانده مرحله چهارم را بدست آورید.	۱.۵
۲	فرمول مجموع زوایای داخلی هر n ضلعی محدب را به روش استدلال استقرایی بدست آورید.	۱
۳	گزاره های درست و غلط را مشخص کنیدو برای گزاره غلط مثال نقض بیاورید. الف) محل همرسی ارتفاع های هرمثلث داخل مثلث است. ب) مجموع زوایای خارجی هر n ضلعی منتظم ۳۶۰ درجه است.	۱.۵
۴	قضیه نامساوی زوایا را دوشرطی بنویسید.	۱
۵	با استفاده از استدلال استنتاجی ثابت کنید اگر از یک نقطه اختیاری روی قاعده یک مثلث متساوی الساقین دو خط به موازات دو ساق رسم کنیم تا آنها را قطع کند، آنگاه مجموع طول پاره خط های ایجاد شده برابر طول ساق مثلث است.(شکل را رسم کنید)	۱.۵
۶	در مثلث ABC میانه AM و نیمسازهای دو زاویه AMB و AMCرا رسم کنید، این دو نیمساز اضلاع AB و AC را قطع می کنند. این تقاطع را به ترتیب P و Q بنامید. ثابت کنید PQ و BC باهم موازی هستند.	۱.۵
۷	قضیه نامساوی مثلثی (حمار) را ثابت کنید.	۱
۸	ثابت کنید هر ۲ میانه مثلث متقاطع اند.	۱.۵
۹	مکان هندسی نقاطی از فضا را مشخص کنید که از دو نقطه A و B به یک فاصله باشند و هم از خط L به فاصله ۲ باشند.	۱.۵
۱۰	ثابت کنید در هر دایره، قطر عمود به وتر، کمان نظیرش را نصف می کند.	۱.۵
۱۱	ثابت کنید کوتاهترین وتری که از یک نقطه ثابت درون دایره می توان رسم کرد، وتری است که بر قطر گذرنده از آن عمود است.	۱.۵
۱۲	از نقطه M دو مماس بر دایره رسم می کنیم که دایره را در دو نقطه T و T' قطع کند. اگر از O مرکز دایره به M وصل کنیم و پاره خط OM، پاره خط TT' را در نقطه H قطع کند، ثابت کنید :  $OH \times OM = R^2$ ادامه سوالات در صفحه بعد	۱.۵

۱۳	اگر کمان $\widehat{AC}$ برابر ۱۴۰ درجه و کمان $\widehat{AB}$ برابر ۸۴ درجه باشد، زاویه t و p را بدست آورید. 	۱.۵
۱۴	در دایره ای به مرکز O و قطر CI داریم : CA II ON ،ثابت کنید : $\widehat{AN} = \widehat{NI}$ 	۲

جمع بارم : ۲۰ نمره

با یاد خدا دل‌ها آرام می‌گیرد و مطمئن باشید به شما کمک خواهد کرد.

اداره‌ی کل آموزش و پرورش شهر تهران

اداره‌ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۶ تهران

دبیرستان غیردولتی دخترانه سرای دانش (واحد فلسطین)

کلید سؤالات پایان ترم نوبت اول سال تحصیلی ۹۵-۹۴

نام درس: هندسه (۲)

نام دبیر: سوگند روشنی

تاریخ امتحان: ۱۳۹۴/۱۰/۱۶

ساعت امتحان: ۸ صبح/ عصر

مدت امتحان: ۹۰ دقیقه

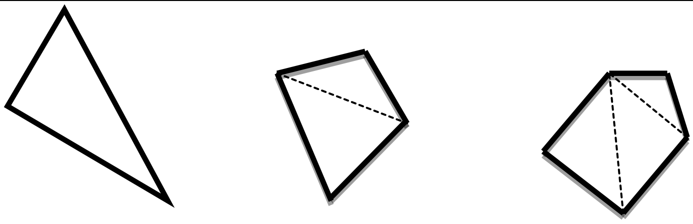
ردیف	راهنمای تصحیح	صفحه:	محل مهر یا امضاء مدیر

۱

مساحت اولیه $s_1 = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{(2)^2\sqrt{3}}{4} = \sqrt{3}$

مساحت باقی مانده مرحله nام $s_n = (\frac{3}{4})^n \times s_1 = (\frac{3}{4})^4 \times \sqrt{3}$

۲



تعداد اضلاع	۳	۴	۵	....	n
مجموع زوایای داخلی	۱۸۰°	۲×۱۸۰°	۳×۱۸۰°		(n-۲)×۱۸۰°

۳

الف) غلط – مثلث منفرجه الزاویه، همرسی ارتفاع ها خارج مثلث است.

ب) درست

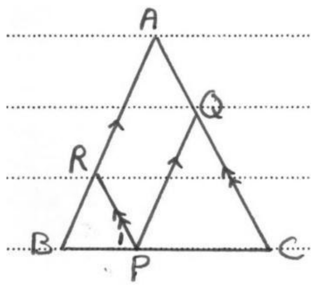
۴

شرط لازم و کافی برای آنکه در مثلثی دو ضلع نابرابر باشند، آن است که زاویه روبرو به ضلع بزرگتر، بزرگتر باشد از زاویه روبرو به ضلع کوچکتر.

یا

در مثلث دو ضلع نابرابر است اگر و تنها اگر زاویه روبرو به ضلع بزرگتر، بزرگتر باشد از زاویه روبرو به ضلع کوچکتر.

۵



فرض: $PQ \parallel AB$, $\hat{B} = \hat{C}$, $PR \parallel AC$

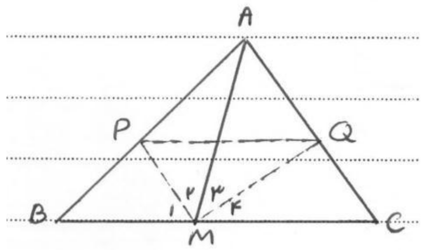
حکم: PR + PQ = AB

۱ $PR \parallel AC$, $BC \longrightarrow \hat{P}_1 = \hat{B} \longrightarrow BR = RP$

۲ $\begin{cases} AR \parallel PQ \\ AQ \parallel PR \end{cases} \Rightarrow AQPR \Rightarrow AR = PQ$

با توجه به شکل: $AB = AR + RB \underset{\longrightarrow}{2,1} = PQ = RP$

۶

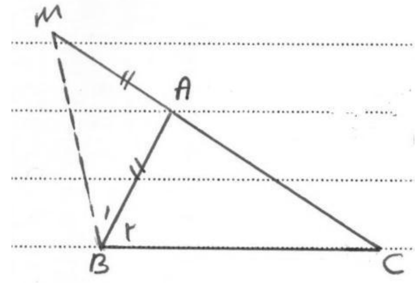


فرض: $BM = MC$ $\hat{M}_1 = \hat{M}_2$, $\hat{M}_3 = \hat{M}_4$

$\hat{M}_1 = \hat{M}_2 \to \frac{AP}{PB} = \frac{AM}{MB}$ $\hat{M}_3 = \hat{M}_4 \to \frac{AQ}{QC} = \frac{AM}{MC}$ $\xrightarrow{MB = MC}$

$\frac{AP}{PB} = \frac{AQ}{QC} \to PQ \parallel BC$

۷



مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$: فرض

حکم : $AB + AC > BC$

ضلع AC را به اندازه ی AB از سمت A ادامه می دهیم تا به نقطه ی M برسیم و سپس نقطه ی M رابه B وصل می کنیم.

$$AM = AB \rightarrow \hat{B}_1 = \hat{M}$$

$BC < MC$ عکس قضیه نامساوی زوایا در مثلث MBC

$$\hat{B} = \hat{B}_1 + \hat{B}_2 \xrightarrow{B_1 M} \hat{M} < \hat{B}$$

$$BC < MA + AC \quad BC < AB + AC$$

۸

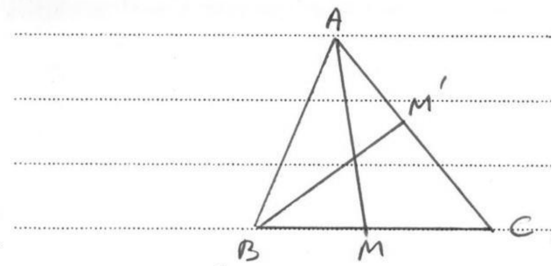
فرض: $BM = MC \quad AM' = CM'$

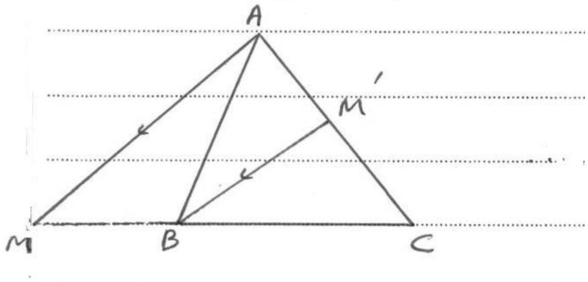
حکم: $BM'\ M$ متقاطعند

از برهان خلف استفاده می کنیم، فرض می کنیم $AM\ M\ B$ موازی باشند، آنگاه خواهیم داشت:

$$= MB + BC \xrightarrow{MB = MC} MC = MC + BC \rightarrow BC = 0$$

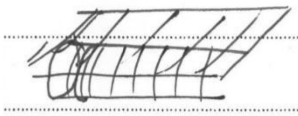
فرض خلف نادرست و حکم درست است.

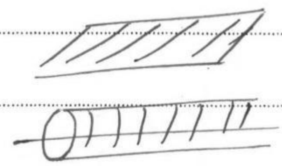




۹

می دانیم مکان هندسی نقاطی از فضا که از دو نقطه ی A و B به یک فاصله باشند، صفحه عمود منصف پاره خط AB است و از طرفی مکان هندسی نقاطی از فضا که از خط L به فاصله ۲ باشند، سطح جانبی استوانه ای به شعاع ۲ می باشد. جواب مسئله نقطه برخورد استوانه و صفحه است.



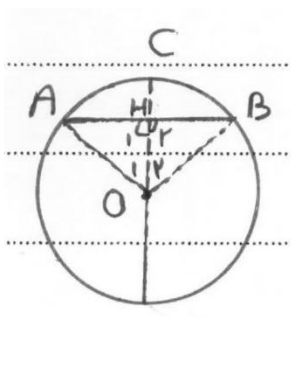


یکدیگر را قطع نمی کنند	در یک خط برهم مماس اند	یکدیگر را قطع می کنند
مسئله جواب ندارد	مسئله بیشمار جواب دارد	مسئله بیشمار جواب دارد

۱۰

فرض : $\hat{H}_1 = \hat{H}_2 = 90^\circ$

حکم : $\overset{\frown}{AC} = \overset{\frown}{CB}$



$$\overset{\Delta}{OHB}, \overset{\Delta}{OHA} \begin{cases} \hat{H}_1 = \hat{H}_2 = 90^\circ \\ OA = AB = r \\ OH = OH \end{cases} \xrightarrow{\Delta \cong \Delta} \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \quad \underline{1}$$

$$\text{مرکزی} \begin{cases} \hat{O}_1 = \hat{AC} \\ \hat{O}_2 = \hat{CB} \end{cases} \xrightarrow{1} \overset{\frown}{AC} = \overset{\frown}{CB}$$

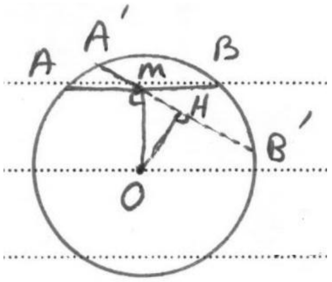
۱۱

حکم: **AB** کوتاهترین وتر   فرض : $OM \perp AB$

از برهان خلف استفاده می کنیم، فرض می کنیم **AB** کوتاهترین وتر نباشد و $A'B'$ کوتاهترین وتر باشد، سپس از مرکز دایره به وتر $A'B'$ عمود می کنیم:

$\overset{\Delta}{OHM}$ قائم الزاویه   **OM > OH** وتر $\longrightarrow$

طبق قضیه وترهای نابرابر چون فاصله **OM** بیشتر است، آن وتر کوتاهتر است که طبق فرض خلف، نادرست است، پس فرض خلف نادرست و حکم درست است.

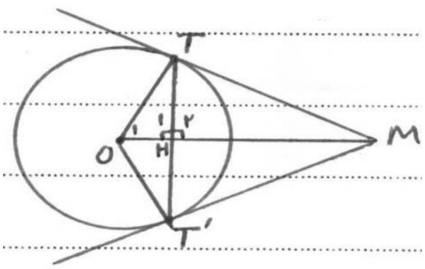


۱۲

حکم : $OH.OM=R^{۲}$

$$\overset{\Delta}{OHT} \text{ و } \overset{\Delta}{MTO} \begin{cases} \hat{H}_{۱} = \hat{T} = ۹۰^\circ \\ \hat{O}_{۱} = \hat{O}_{۲} \end{cases} \xrightarrow{\Delta \approx \Delta}$$

$$\frac{HT}{MT} = \frac{OT}{OM} = \frac{OH}{OT} \qquad R^{۲} = OH.OM$$

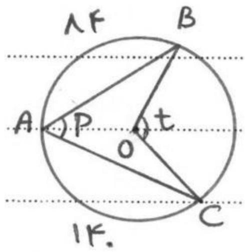


۱۳

$$\overset{\frown}{BC} = ۳۶۰ - (۱۴۰ + ۸۴) = ۱۳۶$$

مرکزی $\hat{t} = \overset{\frown}{BC} = ۱۳۶^\circ$

محاطی $\hat{P} = \dfrac{\overset{\frown}{BC}}{۲} = ۶۸^\circ$



۱۴

$$CA \parallel NO \ , CI \Rightarrow \hat{C}_{۱} = \hat{O}_{۱}$$

زاویه خارجی : $\hat{O}_{۱} + \hat{O}_{۲} = A_{۱} + C_{۱} \xrightarrow{\hat{A}_{۱} = \hat{C}_{۱}} O_{۱} + O_{۲} = C_{۱} + C_{۱}$

$$O_{۱} + O_{۲} = O_{۱} + O_{۱} \to \hat{O}_{۲} = \hat{O}_{۱}$$

مرکزی $\begin{cases} \hat{O}_{۲} = \overset{\frown}{AN} \\ \hat{O}_{۱} = \overset{\frown}{NI} \end{cases} \Rightarrow \overset{\frown}{AN} = \overset{\frown}{NI}$