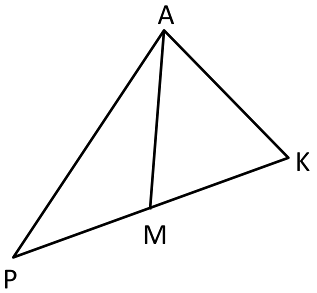
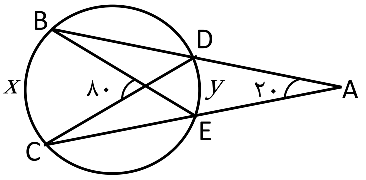
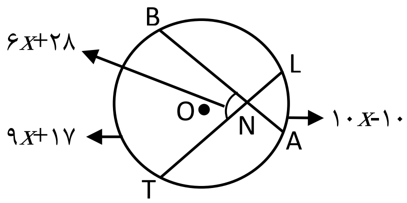
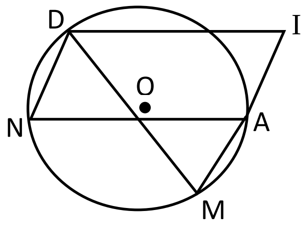
<table>
<tr>
<td>نام:
نام خانوادگی:
کلاس: سوم
رشته: ریاضی
شماره صندلی:</td>
<td>اداره‌ی کل آموزش و پرورش شهر تهران
مدیریت منطقه‌ی ۱۲
دبیرستان و پیش دانشگاهی غیردولتی پسرانه سرای دانش حافظ (دوره‌ی دوم)
امتحانات پایان نیمسال اول سال تحصیلی ۹۵-۹۴</td>
<td>نام درس: هندسه ۲
نام دبیر: آقای نانکلی
تاریخ امتحان: ۹۴/۱۰/۱۶
ساعت امتحان: ۸ صبح
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr><th>ردیف</th><th>سؤالات</th><th>نمره</th></tr>
<tr><td>۱</td><td>تعاریف:
الف) شکل خودمتشابه ب) مکان هندسی ج) خطوط همرس د) زاویه ظلی</td><td>۲</td></tr>
<tr><td>۲</td><td>وسط اضلاع چهارضلعی‌های زیر را به طور متوالی بهم وصل می‌کنیم، حدس شما در مورد نام چهارضلعی پدید آمده از وصل کردن وسط‌های ضلع‌های آن‌ها چیست؟
الف) مستطیل ب) مربع ج) متوازی‌الاضلاع د) لوزی</td><td>۱</td></tr>
<tr><td>۳</td><td>الف) یک مثلث متساوی‌الاضلاع به دلخواه رسم نمایید. وسط ضلع‌ها را پیدا کنید و به هم وصل کنید.
ب) سه مثلثی را که در گوشه‌ها ایجاد می‌شوند را نگه دارید و مثلث میانی را با سیاه کردن حذف کنید. این فرآیند را روی سه مثلث جدید تکرار کنید و با استفاده از استدلال استقرایی جدول زیر را کامل کنید.
<table>
<tr><td>مرحله</td><td>۰</td><td>۱</td><td>۲</td><td>....</td><td>n</td></tr>
<tr><td>تعداد مثلث‌ها</td><td>۱</td><td>؟</td><td>؟</td><td></td><td>؟</td></tr>
</table></td><td>۱</td></tr>
<tr><td>۴</td><td>ثابت کنید سه نیمساز داخلی هر مثلث همرسند.</td><td>۱/۵</td></tr>
<tr><td>۵</td><td>ثابت کنید در هر مثلث مجموع طول‌های هر دو ضلع از طول ضلع سوم بزرگ‌تر است.</td><td>۱</td></tr>
<tr><td>۶</td><td>در مثلث PAK نقطه‌ی M روی ضلع PK قرار دارد:
الف) ثابت کنید اگر $\mathrm{PM} = \mathrm{AK}$ باشد، آن‌گاه $AP > MK$.
ب) ثابت کنید اگر $\mathrm{AM} = \mathrm{AK}$ باشد، آن‌گاه $AP > AK$.

</td><td>۱/۵</td></tr>
<tr><td>۷</td><td>در مثلث ABC، میانه‌ی AM و نیمسازهای دو زاویه‌ی AMB و AMC را رسم می‌کنیم. این دو نیمساز اضلاع AB و AC را به ترتیب در نقاط P و Q قطع می‌کنند، ثابت کنید دو خط PQ و BC موازیند.</td><td>۱/۵</td></tr>
<tr><td>۸</td><td>مکان هندسی نقاطی از صفحه را تعیین کنید که از یک خط داده شده L به فاصله‌ی معلوم K باشد.</td><td>۱</td></tr>
<tr><td>۹</td><td>از مثلث ABC، اندازه ضلع‌های $AB = C$ و $AC = b$ و طول ارتفاع $AH = h_a$ معلوم است. مثلث را رسم کنید.
(با ذکر روش رسم)</td><td>۱/۵</td></tr>
<tr><td>۱۰</td><td>ثابت کنید اندازه‌ی مماس‌هایی که از هر نقطه خارج دایره رسم می‌شوند، با هم برابرند.</td><td>۱</td></tr>
<tr><td>۱۱</td><td>ثابت کنید در هر دایره، وترهای مساوی از مرکز دایره به یک فاصله‌اند.</td><td>۱/۵</td></tr>
<tr><td>۱۲</td><td>ثابت کنید اندازه‌ی زاویه‌ای که از برخورد دو وتر در یک دایره ایجاد می‌شود برابر نصف مجموع اندازه‌ی دو کمانی از دایره است که به ضلع‌ها و امتداد ضلع‌های آن زاویه‌ها محدودند.</td><td>۱</td></tr>
</table>

۱۳	در شکل های زیر x و y را پیدا کنید.  (ب)  (الف)	۱/۵
۱۴	در شکل زیر چهارضلعی $DIAN$ یک متوازی‌الاضلاع است و نقطه‌های I ، A ، M روی یک خط راست قرار دارند. ثابت کنید: $DM = DI$  	۱/۵
۱۵	پاره خط AB به طول $۶cm$ و کمان درخور زاویه‌ی ۳۰° روبه‌رو به این پاره خط مفروض است. شعاع دایره‌ای را که این کمان درخور بخشی از آن است و فاصله مرکز این دایره از پاره خط AB را تعیین کنید.	۱/۵
	جمع نمره **موفق باشید.**	**۲۰**

پاسخنامه هندسه (۲)

جواب سؤال (۱) –

الف) اگر قسمتی از یک شکل با خود شکل متشابه باشد ، به آن شکل خود متشابه می گویند .

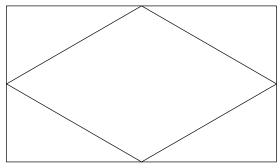
ب) مکان هندسی ، مجموعه سری نقطه های صفحه یا فضاست که دارای ویژگی مشترک هستند یعنی هر نقطه در این مجموعه دارای این ویژگی است و هر نقطه که آن ویژگی را دارد ، عضو این مجموعه است .

ج) هر گاه چند خط همدیگر را در یک نقطه قطع کنند ، به آنها خطوط مماس می گویند .

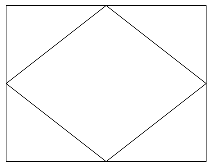
د) زاویه ای که رأس آن بر روی محیط دایره ، یک ضلع مماس و ضلع دیگرش قاطعی بر دایره است .

جواب سؤال (۲) –

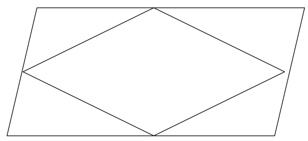
الف) لوزی



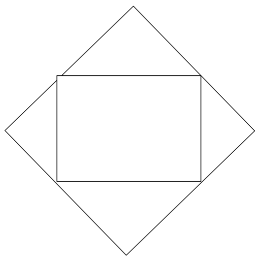
ب) مربع



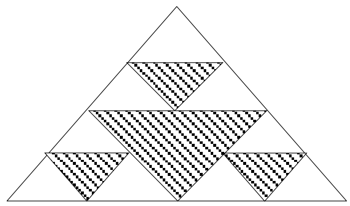
ج) متوازی الاضلاع



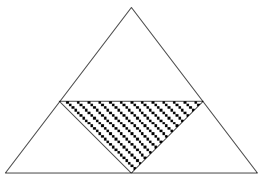
د) مستطیل



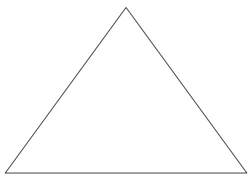
جواب سؤال (۳) –



مرحله (۲)



مرحله (۱)



مرحله (۰)

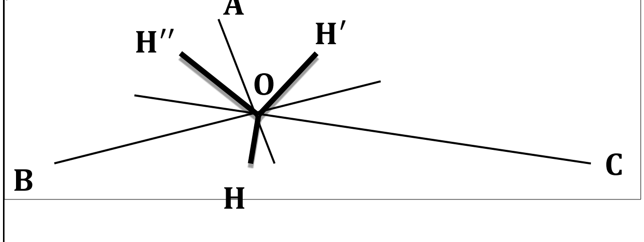
مرحله	۰	۱	۲	....	n
تعداد مثلث ها	۱	۳	۹	....	۳^n

جواب سؤال (۴) –

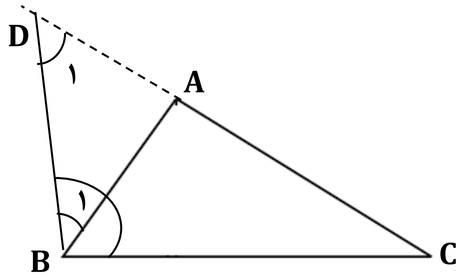
میدانیم که هر نقطه بر روی نیمساز هر زاویه از دو ضلع زاویه به یک فاصله می باشد .

فرض می کنیم نیمسازهای دو زاویه ی $\widehat{B}$ و $\widehat{A}$ از O می گذرد ،

ثابت می کنیم نیمساز زاویه ی $\hat{C}$ نیز از O می گذرد .



جواب سؤال (۵) –



ضلع AC را از سمت A امتداد می دهیم . به اندازه ی AB بر روی این امتداد جدا کرده و آن را D می نامیم . از B به D وصل می کنیم .

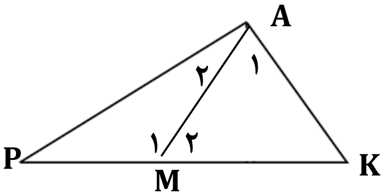
حکم : $AB + AC > BC$

$\overset{\triangle}{ABD} : AB = AD \to \overset{\triangle}{ABD}$ متساوی الساقین $\widehat{D}_1 = \widehat{B}_1$ **(1)**

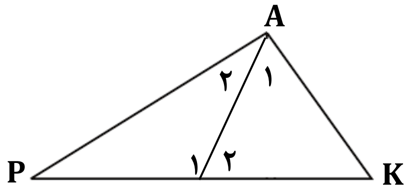
$$\left.\begin{array}{l} \widehat{B} > \widehat{B}_1 \ \text{(کل > جزء)} \\ \widehat{B}_1 = \widehat{D}_1 \end{array}\right\} \longrightarrow \widehat{B} > \widehat{D}_1 \xrightarrow{\text{ضلع روبرو}} DC > BC$$

$$AD + AC > BC \longrightarrow AB + AC > BC \ \textbf{(2)}$$

جواب سؤال (۶) –



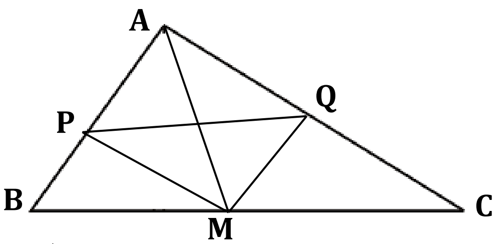
الف)
$$\left.\begin{array}{l} PM = AK \\ \widehat{M}_1 > \widehat{A}_1 \ \text{خارجی} \\ AM = AM \end{array}\right\} \Longrightarrow AM > MK$$



ب)
$$\left.\begin{array}{l} \widehat{K} = \widehat{M}_2 \\ \widehat{M}_1 = \widehat{A}_1 + \widehat{K} \end{array}\right\} \Longrightarrow \begin{array}{l} \widehat{M}_1 > \widehat{K} \Rightarrow \widehat{M}_1 > \widehat{M}_2 \\ \widehat{A}_2 + \widehat{P} = \widehat{M}_2 \Rightarrow \widehat{M}_2 > \widehat{P} \end{array}$$

$$\left.\begin{array}{l} APM : \ \widehat{M}_2 > \widehat{P} \\ \widehat{M}_1 > \widehat{M}_2 \end{array}\right\} \Longrightarrow \widehat{M}_1 > \widehat{P} \Rightarrow AP > AM \Rightarrow AP > AK$$

جواب سؤال (۷) –

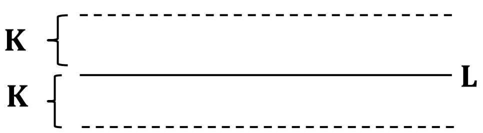


میانه $AM \to MB = MC$

$$\left.\begin{array}{l} \text{نیمساز زاویه } A\widehat{M}B \text{ در مثلث } \overset{\triangle}{AMB} \quad MP \Rightarrow \dfrac{AP}{PB} = \dfrac{AM}{MB} \\ \text{نیمساز زاویه } A\widehat{M}C \text{ در مثلث } \overset{\triangle}{AMC} \quad MQ \Rightarrow \dfrac{AQ}{QC} = \dfrac{AM}{MC} \end{array}\right\} \Longrightarrow \dfrac{AP}{PB} = \dfrac{AQ}{QC} \xrightarrow{\text{عکس تالس}} PQ \parallel BC$$

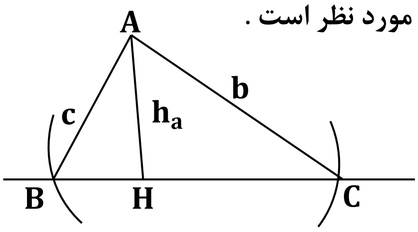
جواب سؤال (۸) –

چند نقطه به فاصله معلوم K از خط L را در نظر می گیریم و بهم وصل می کنیم . دو خط موازی خط L و به فاصله K که در دو طرف خط L قرار گرفته اند ، جواب مسأله است .

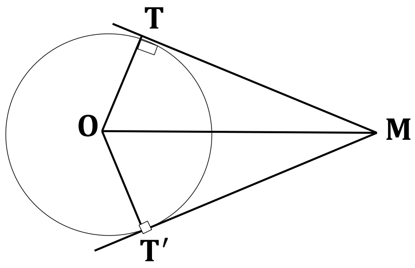


جواب سؤال (۹) –

ابتدا خط دلخواهی رسم می کنیم . سپس از آن خارج می کنیم ، بر روی عمود به اندازه ی h_a جدا می کنیم تا نقطه A و دایره هایی به شعاع های AC و AB رسم می کنیم تا خط اولیه را در نقاط B, C قطع کند . ABC مثلث مورد نظر است .



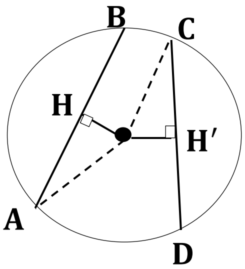
جواب سؤال (۱۰) –



از مرکز O به نقاط مماس T و T' وصل می کنیم . چون شعاع های دایره بر خط مماس در نقطه تماس عمود است ، پس ۹۰ $= T = T'$

$$\begin{cases} \hat{T} = \hat{T}' = ۹۰ \\ OT = OT' = R \rightarrow \underset{\text{وتر و یک ضلع}}{OTM \cong OMT'} \rightarrow MT = MT' \\ OM = OM \end{cases}$$

جواب سؤال (۱۱) –



فرض: $AB = CD$

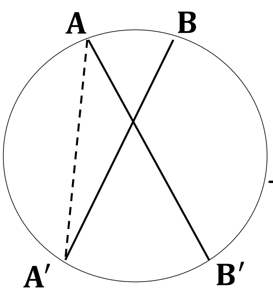
حکم: $OH = OH'$

می دانیم قطر عمود بر وتر ، وتر کمان های روبه رویش را نصف می کند .

$$\left.\begin{matrix} OH \perp AB \Rightarrow AH = BH \\ OH' \perp CD \Rightarrow CH' = DH' \end{matrix}\right\} \xrightarrow{AB = CD} \begin{cases} AH = CH \\ CH' = DH' \end{cases}$$

$$\overset{\triangle}{OAH}\,,\,\overset{\triangle}{OCH'} \begin{cases} OA = OC = R \\ AH = CH' \end{cases} \longrightarrow \underset{\text{وتر و یک ضلع}}{OAH \cong OCH'} \xrightarrow{\text{ا.م}} OH = OH'$$

جواب سؤال (۱۲) –

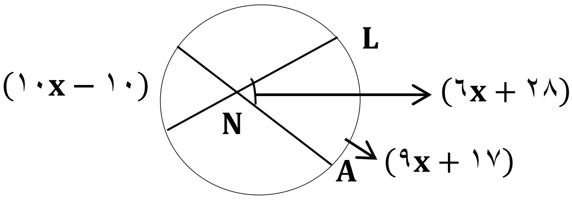


وترهای AA' و BB' از دایره ی C در نقطه ی M یکدیگر را قطع کرده اند

پاره خط های AB' را رسم می کنیم .

$$\begin{cases} A\hat{B}'B = \frac{AB}{۲} \\ A'\hat{A}B' = \frac{A'B'}{۲} \end{cases} \xrightarrow{\text{زاویه خارجی}\, A\hat{M}B} A\hat{M}B = A\hat{B}B' + A'\hat{A}B' \Rightarrow A\hat{M}B = \frac{AB + A'B'}{۲}$$

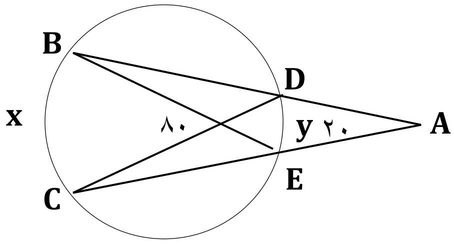
جواب سؤال (۱۳) –



الف) $(٦\mathbf{x}+٢٨) = \frac{(١٠\mathbf{x}-١٠)+(٩\mathbf{x}+١٧)}{٢} \Longrightarrow \mathbf{x} = ٧$

ب)

$$\begin{cases} \frac{\mathbf{x}+\mathbf{y}}{٢} = ٨٠ \\ \frac{\mathbf{x}-\mathbf{y}}{٢} = ٢٠ \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x+y = ١٦٠ \\ x-y = ٤٠ \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x = ١٠٠ \\ y = ٦٠ \end{cases}$$

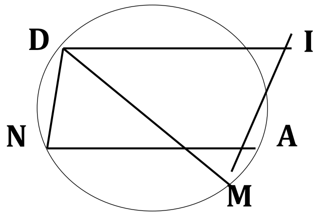


جواب سؤال (۱۴) –

$\mathbf{DIAN} \Longrightarrow \widehat{\mathbf{N}} = \widehat{\mathbf{I}}$

متوازی الاضلاع

$$\begin{cases} \text{محاطی } \widehat{\mathbf{N}} = \frac{\mathbf{AD}}{٢} \longrightarrow \widehat{\mathbf{M}} = \widehat{\mathbf{N}} \\ \text{محاطی } \widehat{\mathbf{M}} = \frac{\mathbf{AD}}{٢} \qquad \widehat{\mathbf{I}} = \widehat{\mathbf{N}} \end{cases} \longrightarrow \widehat{\mathbf{I}} = \widehat{\mathbf{M}} \longrightarrow \mathbf{DI} = \mathbf{DM}$$



جواب سؤال (۱۵) –

$$\mathbf{R} = \frac{\mathbf{a}}{۲\mathbf{sin}\alpha} \Longrightarrow \mathbf{R} = \frac{۶}{۲\mathbf{sin}۳۰} = ۶$$

$$\mathbf{OM} = \mathbf{R}|\mathbf{cos}\alpha| \Rightarrow \mathbf{OH} = ۶|\mathbf{cos}۳۰| = ۳\sqrt{۳}$$